

SÍKBELI MÁGNESES SZINGULARITÁS, A FEKETE KORONG SUGARA

Szócs Huba László

*ny. egyetemi docens
e-mail: szocs.huba@gmail.com*

Bevezetés

A fekete lyuk, másképpen fekete űr (black hole) vizsgálatáról most áttérünk a síkbeli (kétdimenziós) változatra, vagyis a fekete-korong vizsgálatára. Célunk ezen szingularitás r sugarának meghatározása mágneses töltés esetében.

BLACK PLANE egyenlet (fekete „korong”)

$$d/dr((-\Lambda/3).r^2 - m/r + q^2/r^2) = -(2/3)\Lambda.r + m/r^2 - (2/r^3).q^2 = 0 \quad (1)$$

Itt a zárójel a metrikában a dt^2 együtt hatója

ennek elsőrendű deriváltja „ r ” szerint „egyenlővé téve zérussal” r „egyenlete melyből r számítható

Ebből következik a negyedfokú egyenlet r -ben, mint a dt^2 együttthatójának deriváltja az „ r ” sugár szerint (melynek gyöke a fekete korong sugara)

$$-(2/3).\Lambda.r^4 + m.r - 2q^2 = 0 \quad \text{azaz} \quad (2/3).\Lambda.r^4 - m.r + 2.q^2 = 0 \quad (2)$$

ahol Λ „lamda” a negatív, kozmologikus állandó, „ m ” a tömeg ADM mass, „ r ” a sugár, „ q ” a töltés

(r a körlemez vagyis a korong sugara).

A fekete –korong metrikája [1]

$$ds^2 = A(r).dt^2 - A^{-1}dr^2 + (\Lambda/3).(dx^2 + dy^2) \quad (3)$$

$$A(r) = -(\Lambda/3).r^2 - m/r + q^2/r^2$$

$$m = -12.\pi.M/\Lambda$$

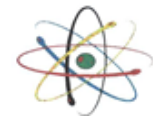
$$q = -2.\pi.Q$$

Λ a kozmikus állandó

A használt tér-idő görbületének tulajdonítható metrikából kiszámított háromdimenziós gyorsulás komponenseinek a képletei a következők:

$$a^1 = a^r = g_{00,1}/(2g_{11}g_{00}), \quad a^2 = a^x = 0, \quad a^3 = a^y = 0.$$

A gyorsulás modulusának a négyzete egyenlő $(a)^2 = (g_{00,1})^2/4(g_{00})$, mert $g_{00} = A$, $g_{11} = -1/A$, $g_{22} = g_{33} = (r^2/3)$.



2.Számszerű értékek

A keresett r sugarat a következő esetekben határoztuk meg:

$\Lambda = 1,5 \cdot 10^{(-28)} \text{ g/cm}^3$ a kozmikus állandó

$m = 2,117 \cdot 10^{(-5)} \text{ g}$ (gram) a Planck tömeg legnagyobb értéke

$q = 6,897 \cdot 10^{(-18)} \text{ cm}^{1/2} \text{ g}^{1/2}$ az elemi mágneses töltés

Megjegyzés: Ha $\Lambda = 1,11 \cdot 10^{(-56)} \text{ c m}^{(-2)}$ geometriai egységben megadott értéket használjuk, akkor az első tag együtthatóját meg kell szoroznunk $10^{(-9)}$ hatvánnyal, hogy az együtthatót a cgs rendszerbe konvertáljuk. Mivel ennek együtthatója elhanyagolható a második illetve harmadik tag együtthatójához képest, ezért az r sugarat közelítőleg a második és harmadik tagból képezett egyenletből számíthatjuk

$$-m \cdot r + 2 \cdot q^2 = 0 \quad (4)$$

Ebben az esetben, közelítőleg $r = 2,2 \cdot 10^{(-30)} \text{ cm}$.

Ha pontosabb eredményre törekszünk, akkor a már az eredetileg cgs rendszerben megadott egyenletet használjuk

A megadott fizikai mennyiségek szerint az egyenlet a következő [2]:

$$3 \cdot 10^{-28} r^4 - 3 \cdot 2,177 \cdot 10^{-5} r + 6 \cdot (6,897)^2 \cdot 10^{-36} = 0 \quad (5)$$

két valós gyökkel. Ezek $r_1 = 4.3701064768029 \cdot 10^{-30} \text{ cm}$, és $r_2 = 60156996,252056964 \text{ cm}$. Az első gyök nagyságrendje megegyezik a (4) egyenletből számított sugár nagyságrendjével, ami a közelítő számítást indokoltá teszi.

Felhasznált irodalom

1. Paul, Halpern and Jennifer, Roberts: Black-plane Solutions and Localized Gravitational Energy, Department of Mathematics, Physics and Statistics, University Philadelphia PA 19104 US
2. Sass, István, H.A. Hozzájárulás a fekete-korong (black-plane) sugárra vonatkozó egyenletének levezetéséhez és megoldásához, Nagybányai Egyetem, 2018. Kézirat.