



Mit játszunk egy marék dobókockával?

Horti Krisztina¹ – Pintér Klára²

¹SZTE Báthory István Gyakorló Gimnázium És Általános Iskola

²Szegedi Tudományegyetem Juhász Gyula Pedagógusképző Kar
Alkalmazott Pedagógiai Intézet Tanítóképző Tanszék

Absztrakt

A tanulmány számos jógyakorlatot mutat be a matematika játékos oktatására, A tanulmányban bemutatott játékok nagy előnye, hogy eszközeik egyszerűek, élvezetesek, illetve otthon is játszhatóak. Alkalmazhatók az iskolában tanítási órán, napköziben párban, csoportban, néhány esetben osztályszinten. A foglalkozás közben a gyermekek megtanulják és értékelik a társasjátékokat, illetve megismerkednek a matematikai „folklórjátékokkal”. Némelyik játék alapja boltban kapható társasjáték. Több esetben megmutatjuk a variálási lehetőségeket, a különböző szinten való alkalmazás módjait. A játékok szabálya mellett azok fejlesztő hatását is leírjuk, például hogy melyik osztályban, melyik tananyaghoz javasoljuk használatukat.

Kulcsszavak: matematikaóra, játékok, játékos fejlesztés

Bevezetés

A Varga Tamás névvel fémjelzett Komplex Matematikaoktatás elvei ma is aktuálisak. Ennek egyik legfontosabb eleme, hogy az alsó tagozatos matematikaoktatás a konkrét tárgyakon végzett tapasztalatszerzésre épüljön. A gyerekek eszközök segítségével végzett tevékenységek, játékok útján fedezték fel a matematikát, a matematikatanulás örömteli, és motiváló legyen számukra.

A dobókocka olyan univerzális eszköz, amely segítségével többféle területen biztosíthatjuk a játékos tapasztalatszerzést, felfedezést, gyakorlást. A kockákkal végezhető fogalomalkotást, ismeretszerzést segítő tevékenységek. A kocka alkalmazása sokszor nyitottá teszi a hasznos tevékenységet, gyakorlást, ezzel motiválja a gyerekeket, hiszen nem egy előre meghatározott eredményt kell megtalálniuk. A kocka valódi játékok eszköze is lehet, ahol a győzelem a cél, és nagyon fontos, hogy a szerencse mellett a játékosok döntései, stratégiája is befolyásolja, hogy ki nyer, így a játék szórakoztatva fejleszt.

A tanulmányban bemutatott játékok nagy előnye, hogy eszközeik egyszerűek, a dobókockákon kívül esetleg házilag is könnyen elkészíthető kártyákra vagy papírra, ceruzára lehet még szükség. Alkalmazhatók az iskolában tanítási órán, napköziben párban, csoportban, néhány esetben osztályszinten. A játékokat megismerve a gyerekek megtanulják és értékelik a társasjátékokat és akár szabadidejükben barátokkal, családdal is elővehetik azokat. A játé-



kok válogatása során mind tartalomban, mind játékmódban törekedtünk a változatosságra, sokféleségre. Így olyan játékokat is elővettünk, amelyek részei a matematikai „folklórnak”, (ezeknél egy lelőhelyet próbáltunk megadni, vagy azt, akitől a játékot hallottuk). Némelyik játék alapja boltban kapható társasjáték, ezenkívül igyekeztünk olyan játékokat is leírni, amelyek kevésbé ismertek. Több esetben megmutatjuk a variálási lehetőségeket, a különböző szinten való alkalmazás módjait. A játékok szabálya mellett azok fejlesztő hatását is leírjuk, melyik osztályban, melyik tananyaghoz javasoljuk. A gyerekek körében szerzett érdekes tapasztalatokat is összegyűjtöttük. A játékok többségét érdemes többször játszani a gyerekekkel, hiszen akkor lesz idejük, lehetőségük minél hatékonyabb stratégia kidolgozására.

Ismerkedés a kockával

Számkitaláló dobókockával – bűvészmutatvány

(Gardner, 1956)

(2–30 játékos, 1 lehetőleg kicsit nagyobb dobókocka csoportonként)

A közönség gondol egy számról 1–6-ig. A bűvész mutatja a közönségnek a kockát. A közönség megmondja, hogy látja-e a gondolt számot (azt a lapot, amelyen annyi pötty van, amelyik számról gondoltak). Az a bűvész a legügyesebb, aki a legkevesebb ilyen kérdésből ki tudja találni, melyik számról gondoltak.

A legügyesebb bűvész három kérdésből biztosan ki tudja találni a gondolt számot. A kockát a bűvész úgy mutatja, hogy három ujjal három lapon van, amelyek egy csúcsban találkoznak. A másik három lap látszik. Így egy kérdésből tudja, melyik három lapon van a gondolt szám. Megint három lapot mutat úgy, hogy a még szóba jöhető lapok közül egy látszik, kettő nem. Ha ekkor nem látszik a gondolt szám, akkor úgy mutat három lapot, hogy a szóba jöhető két szám közül csak az egyiket mutatja. Háromnál kevesebb kérdés nem elég ahhoz, hogy a bűvész biztosan kitalálja a gondolt számot, mert egy válasszal nem lehet több lehetőséget kizárni, mint a meglévő lehetőségeknek a fele.

A gyerekek kis csoportban próbálhatnak a trükköt, majd bemutatják az osztálynak.

A bűvész szerepét érdemes minél több gyereknek gyakorolnia.

A tanulók tapasztalatot szereznek a barkochbázásról. Észrevehetik, hogy a dobókockán van olyan csúcsa, amelyben az 1, 2 és 3 lapok találkoznak, és van olyan, amelyben a 4, 5 és 6 lapok találkoznak, ez megkönnyíti a válaszok memorizálását, a gondolt szám kitalálását.

A következő bűvészmutatványokat kezdetben a tanító mutatja be a tanulóknak, akik megpróbálják kitalálni a trükk működését. Aki úgy gondolja, hogy már ismeri a trükköt, az átveheti a bűvész szerepét. Addig játszunk, amíg

lehetőleg mindenki felfedezi a trükköt. A gyerekek büszkék lesznek a bűvésztudományukra, és örülnek, hogy bemutathatják a trükköt másoknak is.

Súgnak a kockák – bűvészmutatvány

(Gardner, 1956)

(bűvész és közönség: a közönség minden tagjának 3 dobókocka)

Bűvész: „Dobj fel három szabályos dobókockát! Add össze a dobott számokat! Válaszd ki az egyik kockát, majd az előző összeghez add hozzá ennek a kockának az alján látható számot! Ezzel a kockával dobj még egyet, és a most dobott számot is add az előző összeghez! Most felveszem a kockákat, megcsörgetem, és megsúgják nekem a kapott összeget.”

Lényeges, hogy a végén a bűvész lássa mindhárom kockát. Az ekkor látható számok szerepelnek az összegben. Ezekon kívül szerepel az összegben egy dobott szám, és az ezzel szemközti lapon levő szám, amelyek összege 7. Tehát a bűvész által látott számok összegénél 7-tel nagyobb összeget kapta a közönség.

A trükk segíti a gyerekeket abban, hogy felfedezzék, hogy a szabályos dobókocka szemközti lapjain levő pöttyök számának összege 7.

Ha a gyerekek ezt már felfedezték, akkor a trükk bonyolítható: A kezdeti három kockával dobás után kiválasztunk két kockát, ezek alján lévő számokat is hozzáadjuk az összeghez, majd ezekkel újra dobunk, és a dobott számokat is hozzáadjuk. A trükk a korábbihoz hasonlóan folytatódik egy kocka kiválasztásával. Ekkor az összegben lévő számok közül három kockával dobott számot és azok alján lévő számot nem látjuk a végén, így 21-et kell hozzáadni a látott összeghez, hogy megkapjuk a közönség által számolt összeget. Ezt a trükköt Claude Gaspar Bachet írta le 1612-ben a szórakoztató matematikáról írott könyvében (Gardner, 1989).

Kockatorony

Az előzőben felfedezett szabályosságon több további trükk is alapul, például két toronyépítő trükköt mutatunk.

(bűvész és közönség: a közönség minden tagjának 3 dobókocka)

Bűvész: „Rakj össze 3 dobókockát egy toronyba, és mondd meg a látható lapokon lévő számok összegét! Megmondom, hogy mi van a felső kocka nem látható lapján.”

A torony oldalán három kocka két-két szemközti lapja látható, az ezeken levő számok összege $6 \cdot 14 = 84$. Így a felső kocka nem látható lapján lévő pöttyök számát megkapjuk, ha $84+7=91$ -ből kivonjuk a hallott összeget. A trükk a torony építésével és a látható pöttyök számának megfigyelésével a térszemplétet is fejleszti.

Bűvész: „Rakj össze 3 dobókockát egy toronyba! Olvasd le a torony oldalain látható háromjegyű számokat felülről lefelé, és add össze a négy számot! Erősen gondolok egy számra, amit előre felírtam egy lapra. Csodák csodája mindenki ezt a számot kapta!”

Helyi értékenként számolva a kapott számot az összeg mindig: $1400 + 140 + 14 = 1554$.

A trükk az írásbeli összeadásnál alkalmazható, a helyi értékenként való számolásra irányítja a figyelmet.

Az előzőeknél bonyolultabb, nagyobbaknak szóló bűvészmutatvány a következő:

Kockatrükk

(Laukó István)

(Bűvész és közönség, 10 dobókocka)

A bűvész két csoportba rendez 5–5 kockát, az egyik csoportban 16, a másikban 19 a számok összege. Bemutatja a közönségnek, akik csoportonként megszámlálják a számok összegét. A bűvész letakarja a két csoportot, majd varázsol, és a két kupacban lévő kockákon ugyanannyi lesz az összeg!

$16 + 19 = 35 = 5 \cdot 7$. A kirakott kockákon a számok összege 7 többszöröse. A bűvész kivész tetszőleges 5 kockát, nem tudja, hogy ezeken mennyi volt a számok összege, jelöljük k -val, ekkor a megmaradt kockákon a számok összege $35 - k$, így ha a kivett kockákat megfordítja, az eredetivel szemközti lapjukra állítja, akkor ezeken is $35 - k$ lesz a számok összege. Tehát 5 dobókockát megfordítva kirak a bűvész, ez lesz az egyik csoport, a megmaradt kockák alkotják a másik csoportot, a két csoportban lévő számok összege ugyanannyi.

Számfogalom alapozása, számok tulajdonságai

A következő játékok a számfogalom alapozására, a számok műveletalakjának, tulajdonságainak felismerésére vonatkoznak. Elkezdhetjük őket amint a megfelelő számkörben már tudnak tájékozódni a gyerekek, és később is elővehetjük, hiszen a játékok fejlesztő hatása olyan sokrétű, hogy akkor is hasznosak, ha már túl vagyunk azon a számkörön, ami a játékban szerepel.

Dobok – nyerek

(Pach Péter Pál, 2023 alapján)

(1–30 játékos, mindenkinek 1 dobókocka 5–10 perc)

Egy szabályos dobókockával dobunk, a játék akkor ér véget, ha 1-est dobunk, vagy úgy döntünk, hogy megállunk. A nyeremény az utolsó dobás értéke. Mikor érdemes megállni?

A játék már 1. osztályban is játszható, ekkor a dobásnak megfelelő nyerevények – korongok leszámllálása és a győztes megállapítása a feladat. A sorozatban való játék hasznos a későbbiekben is, mert akkor a gyerekek a tapasztalataik alapján döntenek arról, hogy mikor állnak meg, így fejlődik a döntési képességük, stratégiaalkotásuk. Az általunk játszott játékokban 3-4. osztályos és 6. osztályos gyerekek viszonylag hamar úgy döntöttek, hogy akkor állnak meg, ha a dobás legalább 4 vagy legalább 5. Érdekeség, hogy a nyerevény várható értékének kiszámolásával ugyanerre jutunk. Példaként a „legalább 4-es dobásnál megálllok” stratégiával játszott játék nyerevényének várható értéke:

$$\frac{1}{6} \cdot (1 + 4 + 5 + 6) + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} \cdot (1 + 4 + 5 + 6) + \dots = \frac{16}{6} \cdot \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots\right) = 4$$

Ugyanennyi a „legalább 5-ös dobásnál megálllok” stratégiával játszott játék nyerevényének várható értéke, azonban aki csak 6-nál áll meg, várhatóan kevesebbet nyer. Így a játék a várható érték tapasztalati alapozására is alkalmas.

A játékosok versenyezhetnek egymással egy pályán, ekkor a játékosok egy körben a játék szabályai szerint dobnak, és annyit lépnek előre, amennyi a nyerevényük.

Super Six

(Anita Grimminger játéka)

(2–6 játékos, 2 dobókocka, 36 pálcika, és egy doboz, amelyen az 1, 2, 3, 4, 5 helyekre be lehet állítani a pálcikát, a 6-osnál pedig beleesik a dobozba a pálcika. Minden játékos ugyanannyi pálcikát kap.)

1 kockás változat:

Minden dobásnál, ha olyan számot dobott a játékos, amelyik helyen nem áll pálcika, akkor oda letehet egyet, ha van ott pálcika, akkor azt fel kell vennie. A 6-osba beleesik a pálcika. Az első körben mindenki pontosan egyszer dob, később legalább egyszer, de tovább is dobhat, és akkor áll meg, amikor akar. Az győz, akinek leghamarabb elfogynak a pálcikái.

2 kockás változat:

Hasonló az 1 kockához, csak most a dobott számok összegét tetszőleges bontásban lehet tekinteni, és letenni pálcikát az üres helyekre és felvenni a foglalt helyekről. Dupla 6-os esetén másikat kell dobni. Ha valakinek már csak 1 pálcikája van, akkor 1 kockával dob.

A játék hasznos a bontások gyakorlására, ehhez egy kockával is érdemes úgy játszani, hogy a dobott számot tetszőleges bontásban tekinthetik.

Csukd be a dobozt!

(Shut the box Piatnik Spiel Nr. 689192 alapján)

(1–6 játékos, 2 dobókocka, doboz 1–9-ig számozott nyitható ablakkal)

A soron következő játékos előtt mindig az összes ablak nyitva van, és az a célja, hogy a saját játéka végén a nyitva maradt ablakok összértéke a lehető legkisebb legyen. Ablakot úgy lehet becsukni, hogy dob két szabályos dobókockával, és a dobott számok összegének megfelelő ablakokat becsukja tetszőleges bontásban. Több ilyen kört lehet játszani, a körökben szerzett pontokat összeadják, végül az győz, aki a legkisebb számot kapja.

A játék 1. osztálytól alkalmas a bontások gyakorlására, később a döntési képességet fejleszti, melyik ablakot érdemes becsukni. Több játékos esetén nehézség, hogy a játékosoknak végig kell várni egymás körét, és az tovább tart, ha sokan vannak.

Roll over 16

(Anthony Vadasz, 2001, Piatnik játék)

(2–6 játékos, 5 dobókocka, játékosonként egy pakli 1–16-ig számozott kártya)

Minden játékosnak van egy pakli 1-től 16-ig számozott kártyacsomagja növekvő sorba rakva. Legfelül az 1-es kártya van. A játék során sorban képpel lefelé a pakli mellé kell helyezni a lapokat, az győz, aki legelőször lefordítja a 16-ost. A soron következő játékos mindig annyi kockával dob, ahány kocka látható a pakliban legfelül lévő lapon (3 kocka: 1–6 kártyákon, 4 kocka: 7–11 kártyákon, 5 kocka: 12–16 kártyákon). A legfelső lapot akkor lehet lefordítani, ha a dobott számok közül valahánynak az összegeként előáll a rajta levő szám. Egy dobással több lapot is le lehet fordítani egymás után. Ha már nem tudunk többet lefordítani, még kockázathatunk egy újabb dobással. Ha ezzel sem tudjuk lefordítani a következő lapot, akkor vissza kell menni az 1-ig, vagy 8-nál nagyobb számoknál 8-ig. Amikor a játékos nem tud több lapot lefordítani, a köre befejeződik, a soron következő játékos köre jön. A játék változatosabbá tehető egy plusz dobókockával, amelynek 1-es lapja azt jelenti, hogy a dobó játékos lapot cserél a játékban legrosszabbul állóval. A 6-os lapja azt jelenti, hogy a dobó játékos lapot cserél a játékban legjobban állóval. A 3 és 4 azt jelenti, hogy megszerzi a mentő korongot, ami megvédheti, ha ő áll jól, és vele akarnak cserélni. Egy ilyen mentés után elvesz a mentő korong, illetve más is elveheti, ha 3-at vagy 4-et dob ezzel a kockával.

A játékot 1. osztálytól lehet játszani a bontások felismerésére (ha szükséges, egyszerűsített szabállyal), és esetleg 16 helyett kevesebb kártyával. A játék később is érdekes, fejleszti a kombináló képességet. Tapasztalatunk szerint a gyerekek különféle stratégiákkal játszanak. Például egy kártyán lévő szám kirakásához felhasználják az előző szám kirakását úgy, hogy egy kockát eggyel nagyobb számot mutató kockára cserélnek, így az összeg változásait gyakorolják.

Ország–város játék számokkal

(2–6 játékos, 5 dobókocka, játékosonként táblázat)

Dobnak 5 kockával. Minden játékos a saját táblázatának minden oszlopába ír egy, az oszlopnak megfelelő tulajdonságú háromjegyű számot, amelyet a dobott számjegyekből alkot. A háromjegyű számban minden számjegy legfeljebb annyiszor szerepelhet, ahányszor dobták. Ezután mindenki elmondja, melyik oszlopba mit írt, ellenőrzik, helyes-e a szám, majd azok, akik azonos számot írtak valamelyik oszlopba, mindannyian kihúzzák a beírt számot. Egy körben mindenki annyi pontot szerez, ahány száma maradt.

Nem nagyobb 400-nál	Százásokra kerekítve legalább 600	5-tel osztva 2 vagy 3 a maradék	Számjegyeinek összege legalább 10	A nála 357-tel nagyobb szám kisebb 825-nél	Pontszám

A játék fejleszti a kombináló képességet, különböző tulajdonságoknak megfelelő számok alkotását. A tulajdonságokat a tananyagnak megfelelően választhatjuk. A játékot érdemes az osztálynak egyszerre bemutatni, utána viszont csoportban játszani, mert sok játékos esetén sok egyforma szám lesz, és a számok felsorolása is feleslegesen sok időt vesz igénybe.

Kukás játékok

(C. Neményi et al., 2022 alapján)

(2–30 játékos, 1–2 dobókocka, papír, ceruza)

A játékosok rajzoljanak négy négyzetet egymás mellé! A játékvezető sorban dob számjegyeket dobókockával, amelyeket a dobás után mindenkinek azonnal be kell írni valamelyik négyzetbe. Az győz, aki végül a legnagyobb számot kapja.

A játékvezető dob két dobókockával, a játékosok dobott számjegyekből alkotnak kétjegyű számot és beírják valamelyik téglalapba úgy, hogy a relációk igazak legyenek a kétjegyű a számokra. Előfordulhat, hogy a két kockával dobott számokból valaki nem tud megfelelő számot alkotni, akkor számára az a dobás megy a kukába. Az nyer, aki először ki tudja tölteni az öt téglalapot (lehet több téglalappal is játszani).

$$\square < \square < \square < \square < \square$$

Minden játékos rajzol három négyzetet egymás mellé. A játékvezető sorban dob számjegyeket, amelyeket a játékosok a dobás után azonnal beírnak va-

lamelyik négyzetbe úgy, hogy a kapott háromjegyű szám százasokra kerekítve legalább 500 legyen! Előfordulhat, hogy valaki nem tudja beírni a dobott számjegyet, akkor az a számjegy számára megy a kukába. Az nyer, aki először ki tudja tölteni a három négyzetet (lehet több négyzettel, többjegyű számmal is játszani).

A kukás játékoknak nagyon sok változata lehetséges, osztályszinten is játszható rövid játékok. Nagyon hasznosak a számok tulajdonságainak, sorba rendezésének, a helyi értékek értelmezésének gyakorlására, valamint az így átgondolt céloknak megfelelő esélylatolgatásra. Játsható 8 lapú, 10 lapú testekkel is.

Arpeggio

(Orlin, 2022)

(2 játékos, 2 dobókocka, papír, ceruza)

Két játékos játszik két kockával. Eldöntik, hogy melyik játékos a Növekvő, melyik a Csökkenő. A Növekvő játékosnak növekvő sorrendben kell írni a számokat egymás után, a Csökkenőnek pedig csökkenő sorrendben. Az a játékos győz, aki először leír 10 számot. Ha ez a kezdő játékos volt, akkor még a második játékos is sorra kerül. A soron következő játékos dob két kockával, a dobott számokból kétjegyű számot alkot, amit leír a saját szerepének megfelelően megtartva a növekvő, illetve csökkenő sorrendet. Ha a játékos két egyforma számot dobott, akkor az egyik kockával egyszer újra dobhat. A dobott kockákat lehet passzolni, akkor a passzoló játékos nem ír számot, a másik játékos felhasználhatja a dobást, ebben az esetben ő nem dob, újra az első játékos jön. A játék során egyszer lehet csalni, azaz meg lehet törni a növekedést/csökkenést.

A játékot 2. osztálytól lehet játszani, hiszen kétjegyű számokat kell alkotni és sorba rendezni. A játék izgalmas a passzolás miatt, hiszen akkor egy szám felírásának lehetőségét elveszíti a játékos, és azt is figyelnie kell, hogy a passzolt dobás jó-e az ellenfélnek. Érdekes az is, hogy mikor érdemes csalni. Ha túl hamar élünk ezzel a lehetőséggel, akkor lehet, hogy többször kell passzolniunk.

A tapasztalatok szerint a diákok a 6. szám előtt nem passzoltak, ami észszerű, hiszen akkor kezdődhet új sor, persze ez függ az éppen dobott számoktól is.

Amőba

(Kiss Anna játéka nyomán)

(2 játékos, 3 dobókocka, egy előre elkészített táblázat, ceruza)

Készítsünk táblázatot, az első sorba 110-től tízesével írjuk a számokat 170-ig, a 2. sorba 210-től 270-ig, és így tovább, a 6. sorba 610-től 670-ig. A játékosok felváltva dobnak három kockával, amelyeket tetszés szerinti sorrendbe rakva háromjegyű számot alkotnak. Ennek a számnak a tízesekre kerekített értékére

tehetik a saját jelüket: X-et vagy O-t. Ha már minden négyzet foglalt, ahova a játékos tehetne, akkor elveszíti a körét. Akinek három saját jele van egy sorban, egy oszlopban vagy egy átlóban egymás mellett, az nyer.

A játék során a gyerekek gyakorolják a háromjegyű számok kerekítését, fejlődik a kombináló képességük, hiszen számba kell venniük a kirakható számokat, majd megtalálni, melyik a leghasznosabb az amőba szempontjából.

A játékot játszhatjuk 10 lapú „kockával” is, akkor 10x10-es a táblázat. Kiss Anna eredetileg tizedestörteket írt a táblázatba 1,1-től 6,7-ig.

Számolás

Ahhoz, hogy a gyerekek számolási készsége fejlődjön, sok gyakorlásra van szükség. Ehhez nyújtanak motiváló lehetőséget a következő játékok.

A cél a 100

(Huszzonegyezés alapján)

(2–30 játékos, mindenkinek 2 dobókocka, papír, ceruza)

Minden játékos a saját két kockájával végig játssza a dobás sorát addig, amíg úgy nem dönt, hogy megáll. A játékos dob két dobókockával, leír egy ezekből a számjegyekből alkotott kétjegyű számot. Összeadja az így leírt számokat. Az a cél, hogy a legjobban megközelítse a 100-at, de ne lépje túl. Ha az összeg 100-nál nagyobb, akkor veszít. Bármelyik dobás után megállhat. Az a játékos győz, aki legjobban megközelítette a 100-at.

A játékban folyamatosan figyelni kell a leírt számok összegét, mennyi hiányzik a 100-hoz, és ennek megfelelően dönteni a dobott számok sorrendjéről vagy arról, hogy megálljunk-e. 2. osztálytól osztályszinten játszható néhány perces játék. Játoszható 3 kockával háromjegyű számokkal, ekkor 1000 a cél. Felső tagozaton törteket is alkothatunk két dobókockával dobott számokból, az egyik szám a számláló, a másik a nevező, és a felírt törtek összegének a 2-t kell a lehető legjobban megközelíteni.

Malacom van

(Orlin, 2022)

(2 játékos, 2 dobókocka, papír, ceruza)

Két játékos felváltva kerül sorra. Amikor egy játékos sorra kerül, lejátszik egy kört. Dob két dobókockával, és a dobott számok összegét hozzáadja a körbeli pontjaihoz. Ha az egyik dobott szám 1-es, a másik nem, akkor a játékos ezen körének vége van 0 ponttal, és a következő játékos köre jön. Ha a játékos két azonos számot dob, akkor azok duplán számítanak (például két 5-ös 20 pontot ér), a dupla 1-es 25 pontot ér. A játékos bármikor megállhat, befejezheti a körét, ekkor a körben szerzett pontjait hozzáadja a korábbi körökben szerzett pontjaihoz. Az nyer, aki először eléri a 100 pontot. Ha valaki megáll, a követ-

kező játékos köre jön, így megy tovább, a játékosok több kört is játszanak amíg valaki el nem éri a 100 pontot.

A játékban a számolás mellett az esélylatolgatás is nagy szerepet játszik. A diákok próbáltak rájönni, hogy vajon hány dobást érdemes kockáztatni. Voltak olyanok, akik 4–5 dobásig is elmentek, ha a szerencsájük engedte, de a többségük legfeljebb 2–3 dobás után megállt, és bezsebelte a biztos pontszámot. Elméletileg belátható, hogy ha a játékosnak az a stratégiája, hogy meghatározott számú dobást végez, akkor a dobások számának optimuma 3,07. Ha pedig a játékos egy körben meghatározott számú pont megszerzése után áll meg, akkor ennek a pontszámnak az optimuma 26. Azt is be lehet látni, hogy ha az a játékos stratégiája, hogy a megszerzett pontok száma alapján áll meg, akkor körönként kicsit több pontot szerezhet.

Bingó kockákkal

(Robinson (n.d.)

(2–30 játékos, 2–3 dobókocka, játékosonként 3x3-as, majd 4x4-es üres táblázat)

Mindenki számokat ír a saját 3x3-as (majd 4x4-es) bingó táblájába. Több azonos számot is lehet írni a táblázatba. A játékvezető dob két dobókockával, a dobott számok összegét lehet bekarikázni a bingó táblában, de csak egy helyen (ha többször is szerepel a táblázatban, akkor is csak egy számot lehet bekarikázni egyszerre). Az a játékos nyer, akinek a tábláján először lesz 3 (majd 4) bekarikázott szám egy sorban, egy oszlopban vagy egy átlóban.

Játszhatunk három dobókockával, vagy két-három oktaéderrel, dodekaéderrel.

Dobhatunk olyan kockákkal is, amelyeken nem 1-6-ig szerepelnek a számok, például: 1, 2, 2, 3, 3, 4.

1. osztálytól játszhatjuk a dobott számok összeadásának gyakorlására, valamint az esélylatolgatásra. Két szabályos dobókocka esetén a gyerekek hamar rájönnek, hogy a 7-es összegnek van a legnagyobb esélye, mégsem érdemes csupa 7-est írni a táblázatba.

Bingó játék szorzásra

(2–30 játékos, 2 dobókocka, játékosonként 3x3-as, majd 4x4-es üres táblázat)

Mindenki számokat ír a saját 3x3-as (majd 4x4-es) bingó táblájába. Több azonos számot is lehet írni a táblázatba. A játékvezető dob két dobókockával, a dobott számok összegének 2-szeresét vagy 4-szeresét lehet bekarikázni a bingó táblában, de csak egy helyen (ha többször is szerepel a táblázatban, akkor is csak egy számot lehet bekarikázni egyszerre). Az a játékos nyer, akinek a tábláján először lesz 3 (majd 4) bekarikázott szám egy sorban, egy oszlopban vagy egy átlóban.

A bingó változat 2-es és 4-es szorzótáblákra 2. osztálytól a szorzótáblák gyakorlását segíti az esélylatolgatás mellett. Játoszható más szorzótáblákkal is. A táblázat kitöltésekor az esélylatolgatásnál nem csak azt kell figyelembe venni, hogy melyik összeget dobhatjuk legnagyobb eséllyel két kockával, hanem azt is, hogy bizonyos számok a 2 és a 4 többszöröseként is előállnak. Így a 16 az a szám, amit a legnagyobb eséllyel lehet bekarikázni, ezt követi a 12 és a 20.

Írásbeli összeadás, kivonás

(C. Neményi et al., 2022 alapján)

(2–30 játékos, 1 dobókocka, papír, ceruza)

$$\begin{array}{r} \square\square\square\square \\ + \quad \square\square\square \\ \hline \end{array}$$

A játékvezető dob a dobókockával, és a játékosoknak a dobott számot azonnal be kell írni valamelyik téglalapba. Az győz, aki a legnagyobb összeget kapta.

Játsszuk a játékot legkisebb összegre és kivonásra is!

3. osztálytól játszható az írásbeli műveletek tudatosítására, gyakorlására. A játékban nagy szerepe van a helyi értékeknek: milyen sorrendben írjuk a számjegyeket, hogy a legnagyobb számot kapjuk. Lényeges az összeg és a különbség változásainak felfedezése. Az összegben ugyanazon helyi értékre írt számjegyeknél mindegy, melyik kerül a felső és melyik az alsó számba. A különbségnél át kell gondolniuk a gyerekeknek, hogy akkor kapják a lehető legkisebb különbséget, ha a kisebbítendő a lehető legkisebb, a kivonandó pedig a lehető legnagyobb. A játékban azért szerepel 4 téglalap a felső számban, hogy kivonás esetén ne kapjunk negatív különbséget, összeadást lehet játszani két háromjegyű számmal is. A játékban szerepe van az esélylatolgatásnak: az éppen dobott számnál hány kisebb, hány nagyobb számjegy lehet. Az eredmények értékelésekor a mondott számok nagyságának összehasonlítása is hasznos.

A diákok 1–2 kör után rájöttek, hogy milyen sorrendben érdemes a dobott számokat beírni az üres helyekre, hogy a végén a lehető legnagyobb összeget tudják elérni. Kezdetben néhány tanuló még nem figyelt arra, hogy a 6-sal, 5-össel, a háromjegyű vagy a négyjegyű szám első számjegyeit érdeme-sebb-e feltölteni, ezért születtek kisebb összegek.

A játékot játszhatjuk szorzásra is, ami még érdekesebb az összeadásnál és a kivonásnál is, és érdemes feladni a gyerekeknek „kutatási” kérdésként. Négyjegyű és egyjegyű szám számjegyei helyébe hogyan írjuk a 2; 3; 4; 5 és 6 számokat, hogy a két szám szorzata a lehető legnagyobb legyen? A kritikus a négyjegyű szám ezres helyi értéke és az egyjegyű szám, ezek helyére milyen sorrendben kerüljön az 5 és a 6. Könnyen látható, hogy akkor kapjuk a legnagyobb szorzatot, ha az egyjegyű szám a 6, ugyanis ekkor a nagyobb

számmal, (6-tal az 5 helyett) nem csak a négyjegyű szám ezres helyi értékén lévő számjegyet szorozzuk, hanem a többi számjegyet is: $5432 \cdot 6$. Lehet folytatni négyjegyű és kétjegyű szám szorzásával: az előzőhöz hasonló gondolatmenettel ekkor az 1; 2; 3; 4; 5 és 6 számjegyeket felhasználva az $5321 \cdot 64$ a maximális szorzat.

Céllövés

(2–30 játékos, 7 dobókocka, papír, ceruza)

A játékvezető dob egy kétjegyű számot és 5 számjegyet. Az a játékos nyer, aki 5 számjegy és műveleti jelek, zárójelek segítségével a lehető legjobban megközelíti a kétjegyű számot. Mind az 5 számjegyet fel kell használni, és a dobott számjegyekből kétjegyű, háromjegyű számokat is össze lehet állítani.

2–3. osztálytól játszható videojáték. Lehet korlátozni az időt, de érdemes megvárni amíg mindenki ír műveletsort. Aki készen van, kereshet több megoldást.

Lényeges elem, hogy nem azt kérjük, hogy pontosan ériék el a gyerekek a célszámot, hanem hogy a lehető legjobban közelítsék meg. Így mindenkinek érdemes felírni valamilyen műveletsort akkor is, ha nem találja el pontosan a célt. Ezzel mindenki gyakorolja a műveleti sorrendet, a zárójelek használatát, és próbálkozik számok különböző műveletalakjának felírásával. A gyerekek felfedezik, hogyan lehet 1-et előállítani (pl. $3 : (5 - 2)$), tudatosul a 0 szerepe, hiszen minden számjegyet fel kell használni a műveletsorban, ehhez néha szükség van arra, hogy előállítsuk a 0-t és azzal szorozzuk meg számokat.

Geometria

A dobókocka geometriai tulajdonságait is felhasználhatjuk hasznos tevékenységekhez.

Dobókockákból építhetünk testeket, számolhatjuk a látható pöttyöket, például négy kockát összerakva mikor látunk a legkevesebb, legtöbb pöttyöt.

A kockákból épített testeknek lerajzolhatjuk különböző nézeteit, és fordítva a nézetek alapján megépíthetjük a testeket. A kirakott testek magasságára vonatkozóan megadhatunk feltételeket, kirakhatjuk a tornyokat – 3–3 darab egy, kettő, három kocka magas tornyot – 3×3 -as négyzet alaprajzra sudokuszerűen: ne legyen olyan oszlop, sor, amelyben van két azonos magasságú torony. Az ilyen kirakásokra is megadhatunk feltételeket: például a második sorban balról hány tornyot látunk, ha a magasabb torony mindig takarja az alacsonyabbat.

Így a dobókockákkal a valóságos testek kirakásán keresztül fejleszthetjük a gyerekek térszemléletét.

Területfoglaló

(Orlin, 2022 alapján)

(2 játékos, 2 dobókocka, papír, ceruza)

Mindkét játékos rajzol magának egy 10x10-es négyzetet. A soron következő játékos dob a két dobókockával, és beszínez a saját négyzetében egy olyan téglalapot, amelyik annyi rácsnégyzetből áll, amennyi a dobott számok szorzata. A téglalap nem tartalmazhat korábban beszínezett rácsnégyzeteket. Ha a játékos nem tud ilyet rajzolni, akkor ezt a kört elvesztette. Ezután a másik játékos következik. Ha egymás után mindkét játékos elvesztette a körét, akkor a játék véget ér, és az nyer, akinek a négyzetében több rácsnégyzet van beszínezve. (Ha az egyik játékos elvesztette a körét, de utána a másik nem, akkor jöhet újra az egyik.) A játékban van egy csavar: az aktív játékos az ellenfél négyzetében is színezhethet a dobott számoknak megfelelő téglalapot.

A területfoglaló játék sokféle formában ismert. Mindegyik játék hasznos a szorzatok más szorzat alakban való felírásának gyakorlására, valamint a téglalap területének szemléltetésére. Lehet kooperatívan, lehet versengő formában játszani. Ennek a játéknak az előnye, hogy a versengés közben a játékosok tudják akadályozni egymást. Ez azonban meggondolandó, mert amikor az ellenfél négyzetében színez egy játékos, akkor ugyan elronthat meglevő nagy, üres területet, viszont növeli az ellenfél lefedett négyzeteinek számát. Érdekes megfigyelni a gyerekeket, hogy ki mennyire él ezzel a lehetőséggel.

Esélylatolgatás

A dobókockákkal való játékok során szinte mindig megjelenik a szerencsefaktor és az esélylatolgatás. Az itt következő játékokban az esélylatolgatásé a főszerep.

Dobjunk két kockával!

(13 játékos, 2 dobókocka, 1–13 számkártyák)

Sorban álló gyerekeknek kiosztunk számokat 1-től 13-ig. Dobunk két dobókockával, és akinél a dobott számok összege van, az előrelép egyet. Ki éri el először a célt?

A játékban a gyerekek megtapasztalják, hogy a dobott számok összege nem lehet 1 és nem lehet 12-nél nagyobb. Azt is látják szemléletesen, hogy melyik összeg fordult elő leggyakrabban.

Gyakoriság jóslása

(2–30 játékos, 2 dobókocka, papír, ceruza)

A játékosok felírják a számokat 1-től 13-ig. Kiraknak 8 korongot a számokhoz tetszés szerint. A játékvezető dob két kockával. A játékosok elvehetnek egy

korongot attól a számtól, amelyik a dobott számok összege. Az a játékos nyer, akinek leghamarabb elfogynak a korongjai.

A kirakható korongok száma a rendelkezésre álló időtől függ. Érdekes az előző játék után játszani annak tapasztalatait felhasználni a gyakoriságok becslésénél. A játék szituáció lehet mesésebb, ha katonák kelnek át egy folyón és felsorakoznak a számozott csónakok előtt.

Más események gyakoriságának megtippelésére is használhatjuk ezt a játékmódot, izgalmasabbá teszi a tippelést.

Perudo

(4–10 játékos, játékosonként 5 db dobókocka és egy pohár)

A játékosok a kockáikat a poharukba helyezik, összekeverik, majd mindannyian egyszerre dobnak úgy, hogy a poharakat fejjel lefelé az asztalra fordítják. Mindenki megnézi a saját kockáit, de úgy, hogy a többiek elől a poharak segítségével eltakarják. A kezdő játékos mondja be az első licitet. A bemondás egy kétjegyű szám, amelynek első számjegye a darabszámot, a második pedig a dobott számot jelenti. Például a 45 azt jelenti, hogy a körben 4 db 5-öst dobtak a játékosok összesen. Az 1-es joker, mindig azt a számot jelenti, amit bemondtak, tehát a 4 db 5-ös úgy is teljesülhet, hogy 2 db 5-ös és 2 db 1-es van. A következő játékos licitjének az előzőnél nagyobb kétjegyű (esetleg háromjegyű: $104 = 10$ db 4-es) számnak kell lenni. Ha a soron következő játékos kételkedik az előző licitjében, bemondja, hogy „perudo” (=kételkedem), és mindenki felfedi a kockáit. Ha a licitnek megfelelőnél nagyobb, vagy egyenlő a licitben szereplő számok száma, akkor a kételkedő elveszíti egy kockáját, különben a licitáló veszíti el egy kockáját. Az elveszített kockákat egy zsákba teszik, hiszen a játékban még bent lévő kockák száma befolyásolja a licitet, azt fejben kell tartani. Akinek elfogynak a kockái, kiesik a játékból. Az győz, aki utoljára marad játékban.

A játék sok gyerekkel 1 óra is lehet, ha nincs elég idő, kezdhünk kevesebb kockával, vagy szakítsuk meg a játékot, és nyer az a játékos, akinek a legtöbb kockája van. Az utóbbi megoldás előnye, hogy a kieső játékosokat nem kell valamilyen másik, nem nagyon vonzó játékkal lefoglalni, viszont elveszítjük a végjáték érdekességét, amikor nagy szerepe lesz annak, hogy ki következik, és érdemes az ellenfelet megtévesztő bemondásokat is tenni. Érdekes, hogy már 3–4. osztályos gyerekek is számolták a körben még meglévő kockákat, és rájöttek, hogy a licit körülbelül a kockák harmadára vonatkozik, bár a valóságban kiborított kockák nem mindig feleltek meg ennek az elvárásnak.

Kié a banán?

(Barichello, 2016)

(2 játékos, 2 dobókocka, 10 banánkártya)

Két játékos dob egy-egy dobókockával, minden ilyen dobással kisorsolnak egy banánt. Ha a két szám közül a nagyobbik 1, 2, 3 vagy 4, akkor Anna nyeri a

banánt, ha 5 vagy 6, akkor Berci. (Ha a két dobott szám egyenlő, akkor ez a szám számít nagyobb számnak.) Döntsék el, kinek jut Anna szerepe és kinek Bercié, majd játsszátok a játékot addig, amíg valamelyik játékos 5 banánt nyer.

	1	2	3	4	5	6
1	A	A	A	A	B	B
2	A	A	A	A	B	B
3	A	A	A	A	B	B
4	A	A	A	A	B	B
5	B	B	B	B	B	B
6	B	B	B	B	B	B

Érdeemes megfontolni, kinek a szerepét érdemes választani. A gyerekek kísérletezéssel döntenek a kétféle taktika közül. A probléma érdekessége az, hogy Anna több szám esetén nyer, mint Berci, végül mégis Bercinek nagyobb a nyerési esélye, hiszen ahogy a táblázatból látható Anna 16 dobás, Berci 20 dobás esetén nyer. A játék alsó tagozatosok számára a kísérletezésről szól, nagyobb gyerekeknél már megteremti az igényt a két kockával dobható lehetőségek vizsgálatára.

Kockapárba

(Robinson, n. d.)

(2 játékos, 2 üres kocka)

Két játékos egy-egy kockára számokat ír úgy, hogy az egy kockán lévő számok összege 9.

Ezután egyszerre feldobják a kockáikat, és az nyer, aki nagyobbat dobott.

A játékokat lehet követni egy pályán, amelynek 9 mezője van, a két végén lévő színes négyzet a két játékos saját mezője, középen áll egy bábu. Ha valaki nyer, akkor a bábút a saját színe felé lépteti egy mezővel. Az a játékos nyer, akinek a színes mezőjét hamarabb eléri a bábu.

Keress jó kockákat!

A gyerekek többek között a következő számokat írták a kockák lapjaira:

3 3 2 1 0 0; 3 3 3 0 0 0; 4 2 2 1 0 0; 5 3 1 0 0 0; 4 3 2 0 0 0; 4 4 1 0 0 0; 3 2 2 1 1 0; 2 2 2 1 1 1.

Amikor 3 nulla volt a kocka lapjain, a diák nagyon gyorsan leváltotta a kockáját, mert nagyon sokszor veszített. A tapasztalat alapján, a diákok inkább olyan kockákat próbáltak készíteni, ahol kevesebb 0 volt, és inkább használtak kisebb számokat, mint nagyobb számokat. A játékot nagyon szívesen játszották a gyerekek, izgalmas volt, hogy maguk készíthették el a

kockájukat, 10-15 játék után új kockát készíthettek az eredmények alapján. Érdeemes többet játszani, gyűjteni a jó kockákat. Így a gyerekek felfedezik, hogy az, hogy egy kocka mennyire jó, függ attól is, hogy melyik kocka ellen játszik. Később lehet úgy is játszani, hogy készítünk kockákat, és a gyerekek választanak közülük, bár akkor elveszítjük a kockák készítésének izgalmát, a probléma nyitottságát, viszont nagyobb gyerekeknél segíti a tudatosítást. Például Anna 4 1 1 1 1 1 kockája Dani 3 3 3 0 0 0 kockáját a 36-féle lehetőség közül 21-ben veri. Dani kockája Hunor 3 2 2 2 0 0 kockáját 15 esetben veri, 12 esetben kikap és 9 esetben döntetlen. Viszont Hunor kockája 20 esetben veri Anna kockáját. Azaz ez a három kocka körbeveri egymást. A 3–4. osztályos gyerekek a kísérletek alapján hoztak döntéseket, több ilyen tapasztalat vezetni őket később a lehetőségek számának vizsgálatára.

Lehet vizsgálni, hogy más összegeknél, mi lehet jó kocka.

Az itt összegyűjtött játékok egy része játszható dobókocka helyett más szabályos testekkel is, tetraéderrel, oktaéderrel, dodekaéderrel, ikozaéderrel, vagy olyan kockákkal, amelyekben nem 1–6-ig szerepelnek a számok, érdekes kísérletezni különböző változatokkal. Természetesen a felsoroltakon kívül még rengeteg játék létezik dobókockákkal, remélhetőleg mindenki talál kedvére valót.

Irodalom

- C. Neményi, E., Wéber, A., Konrád, Á. & Móricz, M. (2022). *Töprengő és játékgyűjtemény 3. osztály*. Oktatási Hivatal.
- Gardner, M. (1956). *Mathematics Magic and Mystery*. Dover Publications.
- Gardner, M. (1989). *Mathematical Magic Show*. MAA. <https://doi.org/10.1090/spec/001>
- Orlin, B. (2022) *Math Games with Bad Drawings*. Black Dog & Leventhal Publishers.
- Pach, P. P. (2023). B.5329. feladat. *KÖMAL*, 73(6)
- Robinson, J. (n.d.). *Math Festival, Dice Bingo*, <https://jrmf.org/puzzle/dice-bingo/> (2024. 01. 24.)
- Robinson, J. (n.d.). *Math Festival, Dueling Dice*, <https://jrmf.org/puzzle/dueling-dice/> (2024. 01.24.)
- Barichello, L. (n.d.) *The Last Banana*. TED-Ed video. <https://www.youtube.com/watch?v=Kgudt4PXs28> (2024.01.29.)



Hori, K. & Pintér, K.**What games do we play with a handful of dice?**

The study presents a number of best practices for teaching mathematics through play. The games presented in the study have the advantage of being simple, enjoyable and capable of being played at home. They can be used at school in class, in day care in pairs, in groups, and in some cases at class level. During the activity, children learn and appreciate board games and become familiar with mathematical “folklore games”. Some of the games are based on board games available in shops. In several cases, variations are shown as well as ways of using them at different levels. In addition to the rules of the games, their developmental effects are described: for example, in which class and for which curriculum they are recommended.

Keywords: mathematics class, games, game development
