



Tapasztalatszerzés a sokszárról – egy feladat felrobbanása

Móricz Márk¹ – Bagota Mónika² – Kulman Katalin²

¹Farkasréti Általános Iskola

²Eötvös Loránd Tudományegyetem Tanító- és Óvőképző Kar, Matematika Tanszék

Absztrakt

A Varga Tamás és Dienes Zoltán nevéhez köthető felfedezettő alsó tagozatos magyar matematikatanítás egyik fontos eleme, hogy a problémát a gyerekek tevékenység segítségével, eszközök használatával, saját tempójukban haladva oldják meg. Ebben a szellemiségben jöttek létre a magyar matematikatanítás érvényben lévő tartalmi szabályozói és a hozzájuk készült tankönyvek többsége is. E tanulmány fókuszában egy 3. osztályos, számkörbővítéssel kapcsolatos tankönyvi matematikafeladat áll, melyet nemcsak a tankönyvben, papíron lehet megoldani, hanem alapos tanári előkészület és hétköznapi eszközök használatával gyakorlati tevékenység keretében is. Így a tankönyvi feladat megelevenedik, kevésbé absztrakt, érthetőbb, motiválóbb lesz és a megoldási folyamat újabb és újabb kérdéseket vethet fel a diákokban. A feladathoz folytatási lehetőségek is tartoznak, mivel a számkörbővítés témáját nemcsak darabszám – ahogyan az a kiválasztott feladatban szerepelt –, hanem mérőszám-tartalommal is meg kell mutatni a gyerekeknek. Fontos, hogy a fentiek mellett a becslési képesség fejlesztése és a közelítő számlálás alkalmazása is szorosan kapcsolódik a tankönyvi feladathoz.

Kulcsszavak: felfedezettő matematikatanítás, tevékenység, számkörbővítés

Bevezetés

Az alsó tagozatos matematikatanítás egyik alapelve az, hogy a tanulók az önálló felfedezés és a tevékenykedtetés módszerével kerüljenek közelebb a matematika egyes témaköreihez. Ezáltal a tantárgy – annak ellenére, hogy magasabb osztályokban az elvont, absztrakt jellege miatt nehezen érthető – kézzelfoghatóvá válik az alsó tagozatos diákok számára. Kis elemszámú problémák megoldása során egy kirakás, a megoldások rendezése, a rácsodálkozás egy újabb, az eddigiektől különböző megoldásra jutás játékos és szerethetővé teszi a matematikát. Ugyanakkor sokat segíthet a problémák megértésében és azok megoldásában, ha például nagyobb számkörben is találkozhatnak olyan feladatokkal a tanulók, amelyek lehetőséget adnak a felfedezésre, a megtapasztalásra, a manipulatív tevékenységekre. E tanulmány



egy tankönyvi feladtból kiindulva – aminek a középpontjában egy nagyobb számkör bevezetése áll – mutatja be a tevékenységi lehetőségeket és a további kapcsolódó feladatokat.

A tevékenységalapú tanulás és a magyar matematikatanítás

A tevékenységalapú tanulás során a diákok a tanulási folyamat során a passzív hallgatás helyett aktívan, különböző tevékenységekben és kísérletekben vesznek részt. A tevékenységalapú tanulás szerves részét képezi az olvasás, az írás, a beszélgetés, a gyakorlati tevékenységek, a problémamegoldás, az elemzés, a szintézis és az értékelés (Panko et al., 2007).

Az aktív tanulás, amelyhez a tevékenységalapú tanulást is sorolják, egy olyan módszer, amely olyan dolgokról történő cselekvésbe és gondolkodásba vonja be a tanulókat, amelyekkel éppen foglalkoznak (Frenzel et al., 2007). A gyakorlati jelleg nemcsak a tananyag elsajátításában, megértésében fontos, hanem a kompetenciák fejlődésében, többek között a kreativitás és a kritikai gondolkodás fejlesztésének is alapját képezi. A módszer alkalmazása során nagyobb hangsúly helyeződik a tanulók felelősségteljes bevonására, az oktatási folyamatban való aktív szerepvállalásukra, hiszen ez döntő fontosságú a tanulási folyamat sikerében. A gyerekek bevonása azonban csak akkor működik, ha megfelelően motiváltak. Tanulmányok kimutatták, hogy azok a tanulók, akiket jobban bevonnak a tanulásba, jobban meg tudják őrizni a tanultakat (Sedova et al., 2019).

Az aktív tanulás két kulcsfontosságú alapelveből ered. Az egyik szerint a tanulás az emberi lét velejárója, és ennek érdekében a tanulók és a felnőttek egyaránt hajlandók erősfeszítéseket tenni. A másik alapelv, hogy minden pedagógusnak ismernie kell a diákjait, azt, hogy milyen módon tanulnak és tisztában kell lenniük azzal, hogy a különböző emberek – legyen szó gyerekekről vagy felnőttekről – különböző módon tanulnak (Affandi & Sukyadi, 2016). A módszer alkalmazása során a pedagógusok szerepe megváltozik, nem a tananyag átadása a feladatuk, hanem egyfajta moderátori, segítő szerepet töltenek be. A gyermekek tanulása élvezetesebb és hatékonyabb, ha szabadságot kapnak abban, hogy önállóan fedezzenek fel új fogalmakat, és ha optimális tanulási környezetbe kerülnek.

A matematika tanulása szempontjából érdemes kiemelni Churchill (2003) gondolatait, aki szerint a tevékenységalapú tanulás segíti a diákokat olyan mentális modellek felépítésében, amelyek lehetővé teszik a magasabb szintű teljesítményt, például az alkalmazott problémamegoldást és az információk megfelelő átadását. Továbbá a pozitív matematikai tanulási élményt nyújtó innovatív tanítási módszereket, mint például a tevékenységalapú tanulás, amelyek segíthetnek a tanulók matematikai teljesítményének javításában (Riley et al., 2017).

A felfedezettő matematikatanítás a problémamegoldáson és a matematikai vizsgálódáson keresztül történő matematikatanításnak, a magyar ma-

tematikatanítás keretében a 20. században kialakult megközelítése. Varga Tamás reformmózsalmja az 1960-as és 1970-es években a felfedezettő matematikatanítást az általános matematikatanítás alapjává és az általános iskolai alsó és felső tagozatos tanterv egyik vezérelvévé formálta (Halmos & Varga, 1978). A Varga Tamás, Dienes Zoltán és munkatársaik által kidolgozott komplex matematikatanítás középpontjában a problémaközpontú, saját felfedezésen alapuló tanulás áll, amely hozzájárul a matematikai gondolkodás fejlődéséhez, a tananyag mélyebb megértéséhez és a tanulók motivációjának fokozásához. A spirális felépítésű matematika-tananyag lehetőséget ad arra, hogy a diákok egyéni tempójukban, induktív módon jussanak el az életkoruknak megfelelő általánosításokhoz és absztrakciókhoz, megismerve a tényeket, fogalmakat és összefüggéseket. Ez a tanítási stílus ugyanakkor nagyobb kihívást jelent a pedagógusok számára, mivel olyan tanulási környezetet, eszközöket és feladatokat kell biztosítaniuk, amelyek támogatják a tanulók önálló munkáját, emellett a különböző sebességgel haladó diákok differenciált kezelése is fokozott terhet ró a tanárookra (Pintér, 2013). A megközelítést azonban a magyar matematikaoktatás szakemberei, tantervek és tankönyvek szerzői, tanító-, tanárképzők és matematikatanítási szövetségek ma is relevánsnak és a modern oktatási trendeknek megfelelőnek ismerik el (Gosztonyi, 2015; Pálfalvi, 2019).

A matematika tantervek a mai napig – kisebb módosításokkal – a Varga Tamás és munkatársai által meghatározott struktúrát követik. A nemzeti tanító- és tanárképzési tantervek kifejezetten hangsúlyozzák Varga örökségének aktualitását és a leendő tanárok megismertetését a felfedezettő matematikatanítással és annak fontosságával. A jelenleg aktuális, 2020-ban kiadott Nemzeti alaptantervhez kapcsolódó alsó tagozatos matematika kerettanterv – témájában, a fejlesztési feladatok és ismeretek meghatározásában, szerkezetében, a javasolt tevékenységek terén – jórészt követi Varga Tamás és munkatársai által kialakított felfedezettő matematikatanítás elveit (Matematika kerettanterv, 2020). A kerettanterv alapján készült alsó tagozatos matematika tankönyvcsaládok közül elsősorban a mind a négy évfolyamon használható „C” jelű könyvek és munkafüzetek követik a felfedezettő matematikatanítás elveit. E könyvek mindegyike arra ösztönzi a diákokat, hogy egy egyszerű, sokszor a mindennapi életből vett matematikai problémára különböző eszközöket – nem csak a matematika tantárgy ismert eszközeit – használva adjanak megoldást. A könyvek a pedagógusok és a szülők munkáját is segítik azzal, hogy a feladatok olyan problémákat vetnek fel, amelyek az osztályteremben vagy otthoni tanulás során is könnyen előkészíthetők és a gyermekek a leírt tevékenység elvégzése során könnyen felfedezhetik a megoldást.

Egy számkörbővítéssel kapcsolatos feladat

A következő feladat az *Építsük fel! 3. osztályos Matematika gyűjtemény* 69. oldalán található. (1. ábra) Elolvassa a feladatot és végiggondolva a megoldását beláthatjuk, hogy közel sem nyújt nagy élményt, tapasztalatot, tudást, ha nem lépünk túl a tankönyvi kereteken. Ez a feladat valójában illusztráció, és nagyon jó példa arra, hogy a tankönyvekben lévő feladatok sokszor csak inspirációként szolgálnak a tanítónak, mert érdemes azokat a valóságban is bemutatni a gyerekeknek.

A tanító részéről ennek a feladatnak az elvégzéséhez alapos előkészítés szükséges. Minden tárgyból le kell számolnia azt a mennyiséget, amit az üvegekbe rak. Ez egyrészt időigényes (hózzávetőlegesen 1 óra), másrészt koncentrációt igényel. Ugyanakkor számos előnye van a pedagógus számára is, hiszen nagyon sok mindent megtapasztalhat és megérthet abból, ami majd a gyerekek fejében lejátszódik, és tudni fogja, mi okozhat nekik nehézséget. (A képen látható üvegek mindegyikében 498 darab tárgy van, kivéve a csavarokat, abból 348 darab van.) A továbbiakban választ kaphatunk arra, hogy miért is érdemes ekkora munkával előkészíteni egyetlen feladatot.

1. ábra

Számkörbővítéssel kapcsolatos tankönyvi feladat
(forrás: C. Neményi et al., 2022a)

3. a) Melyik üvegben lehet a legtöbb tárgy? Melyikben a legkevesebb?



gyufa

csavar

rizsszem

fagyöngy

befőttesgumi

Beszélgétek meg! Érveljétek a gondolataitok mellett!



b) 3-4 fős csoportokban dolgozzatok!

Vegyetek elő ti is valamiből sok darabot! Számláljátok meg, az eredményt írjátok fel egy papírra! Ezután azt, amit megszámláltatok, adjátok át egy másik csapatnak! (Egy másik csapattól ti is kaptok egy új számlálnivalót.)

3-4 dolog megszámlálása után ellenőriztétek, hogy minden csapat ugyanannyit számlált-e! Beszélgétek ezekről a kérdésekről!

- Mi okozhatja a számlálásban a hibákat?
- Hogyan lehetne meggyőződni arról, pontos-e a számlálás?
- Hogyan lehet úgy számlálni, hogy utána könnyen ellenőrizhető is legyen?

A feladat a) része megoldható csak a szöveg alapján. Tegyük fel, hogy a tanító még az óra előtt 5 egyforma (!) befőttesüvegbe valóban leszámolta az apró tárgyakat és elhelyezte az üvegeket a gyerekek előtt. A feladat megoldása becsléssel kezdhető el.

Tanító: Mit gondoltok melyik üvegben van a legtöbb tárgy? Melyikben a legkevesebb? Miért gondoltok?

A tárgyak nagyon eltérő és elgondolkodtató tulajdonságokkal rendelkeznek. Például az egyik hosszúkas (gyufa), a másik nagy, de üreges (gumi). A gyerekek érdekes beszélgetést folytathatnak arról, hogy melyik üvegben lehet több tárgy.

Gyerek 1: Az üveg tele van.

Gyerek 2: Igen, de a másik kicsi, és csak azért nem tölti meg az üveget, mert nagyon sok van belőle.

A beszélgetést vagy az esetleges vitát nem érdemes lezárni azzal, hogy a tanító megmondja a jó választ. A feladat megoldásának ebben a fázisában a gyerekekben egyszerre két szempont keveredik: az üveg telítettsége és a benne lévő dolgok térfoglalása. Nem is kell még, hogy megadják a választ, a konkrét tapasztalás után már tudni fogják a jó megoldást.

A pedagógus további segítő kérdést tehet fel a gyerekeknek és egy mindenkinek kiosztott táblázattal vezetheti a gondolatukat, amelyre a tárgyak darabszámának becsült értékét lejegyezhetik. (2. ábra)

Tanító: Melyikből mennyi lehet? Becsülj!

2. ábra

Segédanyag a tárgyak számlálásához (forrás: saját szerkesztés)

					
	gyufa	csavar	rizs	fagyöngy	befőttes gumi
Becslés:	_____	_____	_____	_____	_____
Számlálás:	_____	_____	_____	_____	_____

A becslési képesség azonban csak akkor tud fejlődni, ha valamilyen formában ellenőrizzük a becsült érték helyességét. Ennél a feladatnál az a leghasznosabb, ha megszámoljuk miből mennyi van, ami átvezet a feladat b) részére.

Ennek a résznek az első felét, amikor leszámolják a gyerekek a tárgyakat, javasolt csoportmunkában végezni. Célszerű minden egyes üveg tartalmának számlálását egy-egy csoportra bízni (5 üveg, 5 csoport). Ehhez adjunk olyan tálcát, amelynek van pereme, és amelyre ki tudják önteni a gyerekek az üvegek tartalmát. A pedagógus a számláló csoportok között járkálva megfigyelheti, hogyan számolnak a diákok.

- Egy gyerek számol, a többiek együtt számolnak vele (esetleg egymást váltják a számolásban).
- Felváltva számolnak, mindenki egy-egy tárgyat visszadob az üvegbe, így mennek körbe-körbe, közben mondják egymás után a számok nevét.
- Mindenki kap egy kisebb kupacot, azt számolja meg. Miután mindenki végzett összeadják a kapott eredményeket.
- Ugyanannyi darabszámú kupacokat képeznek a tárgyakból (például 20 darab tárgy van minden kupacban). Miután elkészülnek a kupacok, megszámlálják hány darab van és így határozzák meg az üvegben lévő tárgyak számát.

A tanítónak nem kell beavatkozni a csoportok munkájába, de érdemes segíteni, ha tanácstalanság, probléma vagy vita alakul ki. Tanulságos lehet az is, hogy melyik csoport milyen gyorsan végez a munkával. A gyorsaság a tárgyak alakjával, méretével vagy a számlálás módszerével is összefügghet, ami a pedagógus és a gyerekek számára is építő jellegű lehet. Elképzelhető, hogy a munkafolyamat közben kicsengetnek. Valamilyen módon fel kell jegyezniük a gyerekeknek a későbbi folytatás miatt, hogy éppen hol tartanak a számlálásban.

Órán kívüli önálló feladatnak (házi feladatnak) érdemes adni a feladat b) részének második felét: „3-4 dolog megszámlálása...”. Természetesen, ezt a feladatrészt nem otthon, hanem az iskolai önálló tanulóidőben tudják megcsinálni a gyerekek. A gyerekek lehet, hogy eleinte megijednek a feladattól, de miközben csinálják, lelkesen belejönnek. Ilyenkor arra a lapra (2. ábra), amelyen a becslést végezték, felírják az általuk számlált tárgy vagy tárgyak darabszámára kapott eredményét.

Miután mindenki végzett 3–4 dolog megszámlálásával (2–3 nap) térjünk vissza a feladatra, és kérdezzük meg a diákoktól az alábbiakat.

Tanító: Mit tapasztaltál? Volt olyan dolog, amit könnyebb volt számlálni?
Melyiket volt a legnehezebb?

A diákoknak többféle tapasztalata lesz. Például a gyöngyök gurulnak, a csavarokat a fejükre lehet állítani, a rizs nagyon apró. A finommotorika fejlesztése mellett (ami még 3. osztályban is szükséges) a gyerekek a feladatnak köszönhetően automatikusan sorolják a számokat közel 500-ig. Ez mindenképpen szükséges, hogy ezen az évfolyamon megvalósuljon néhányszor a számfogalom, valamint a számkörbővítés. Nem mindig egyszerű ez a fel-

adat, hiszen probléma lehet a számok nevének kimondásával és emiatt nem is megy mindenkinek automatikusan a számlálás.

Tanító: Melyik tárgyból van a legtöbb?

Összegyűjtjük, hogy ki mennyit számolt egy-egy tárgyból. Csak nagyon ritkán lesznek azonos számok.

Tanító: Kinek van igaza? Számláljuk meg újra? Mi lehet az oka az eltéréseknek?

A gyerekek tapasztalataik alapján fogják mondani a lehetséges okokat:

Gyerek 1: Valaki rontott a számlálásban (kétszer számolta ugyanazt, kihagyott valamit).

Gyerek 2: Elveszett egy-egy darab az összesből.

Lehet azonban találni nagy eltéréseket is! Ezekre mindenképp érdemes magyarázatot találni.

Gyerek: Nem jól sorolta a számokat (358, 369, 380, 381...).

Lehetőség adódik a *körülbelül* fogalmának tapasztalaton alapuló bevezetésére. Ha nem is pontosan, de nagyjából ugyanannyit számolt mindenki (a rontott szélsőségeket nem vesszük figyelembe).

Tanító: Mindig fontos, hogy pontosan tudjuk, mennyi van valamiből? El tudod képzelni, hogy valamit sohasem tudsz pontosan megszámlálni (megmérni)? Mikor nem fontos a pontos szám, de azért jó, ha körülbelül tudjuk valaminek a számát? Mikor fontos, hogy pontosan tudjuk valaminek a számát?

A terv szerint majdnem minden üvegben 498 darab tárgy van, ezért mondhatjuk, hogy mindegyik körülbelül 500 darab tárgyat tartalmaz. Ez megdöbentti a gyerekeket, mert a feladat elején erre nem számítottak. A csavarból direkt kevesebb van (348), mint a többi tárgyból. Ezt az eltérést nem lehet számlálási hibával magyarázni (hiába „szeretnénk”, hogy ez is kb. 500 legyen), s mivel a gyerekek többsége ekörüli számot jegyzett fel, valóban ebből lesz a legkevesebb. Fontos tanulság, hogy egy számlálás, nem biztos, hogy jó, ezért ellenőrizni kell, ahogyan minden más feladat esetében is fontos az ellenőrzés.

Folytatási lehetőségek

Helyiértékes írásmód és a számrendszeres gondolkodás fejlesztése darabszám és mérőszám tartalommal

Az előző feladat sok tennivalót ad pedagógusnak és a tanulóknak egyaránt. Ezen túlmenően újabb, valamilyen módon kapcsolódó további feladatok megoldását is megalapozza. A továbbiakban olyan példák kerülnek elő, amelyeket az előző feladatból kiindulva oldhatnak meg a gyerekek. Az első felmerülő gondolat, hogy jó lenne pontosan tudni, mennyi az üvegben lévő tárgyak száma. A kérdés az, hogy miként kapjunk választ erre. Számoljuk meg újra és újra egyesével a tárgyakat?

Ha a tárgyakból kisebb csoportokat tudunk képezni, akkor azokat jól össze tudjuk számolni. Például a gyufákat össze lehet gumizni 10-esével, majd 10 köteget zacskóba tenni; 9 gumit egy tizedikkel össze lehet fogni, majd 10 összefogott fűrtből egy 100-as fűrtöt képezni (3. ábra); a rizszemeket tízesével egy folyékony ragasztóból tett pöttyre ejthetjük.

3. ábra

*Csoportok csoportosítása gumigyűrűkkel
(forrás: saját készítés)*



Ez a kialakított rendszer biztosítja a bármikori újraszámolás lehetőségét és az átláthatóságot. Nem kell egyszerre megszámolnunk a tárgyakat, részletekben is dolgozhatunk, illetve egyszerre több gyerek is számlálhatja ezeket.

A legfontosabb, hogy az ilyen módon történő számlálás során valódi értelmet és megtapasztalt tartalmat kap a helyiértékes írásmód, a számrendszeres gondolkodás. Fontos, hogy a gyerekek számfogalma sok oldalról támogatott és gazdag legyen. A *darabszám* tartalom mellett a *mérőszám* tartalomnak is fontos szerepe van a számfogalom alakításánál magasabb számkörben is. A következő három feladat a számkörbővítésen túl a számrendszeres gondolkodás fejlődését is segítheti. (4. ábra)

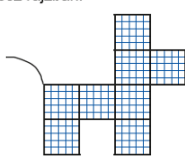
4. ábra

Csoportosítás darabszám és mérőszám tartalommal, tankönyvi feladatok
(forrás: C. Neményi et al., 2022a)

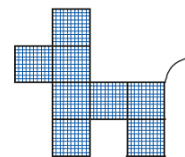
16. Keríts körül a matekfüzettedben

- grafitceruzával 1 kis négyzetet,
- kékkel 10 kis négyzetet,
- zölddel 100 kis négyzetet,
- pirossal 1000 kis négyzetet! (Nem kell folytonos vonallal körülkerítened! 100-as részekből is összerakhatod.)

17. Becsüld meg, hogy egy-egy rajzban hány apró négyzet lehet!
Becsülés után számláld meg, mennyi van egy nagyobb négyzetben, mennyi az egész rajzban!

a) 

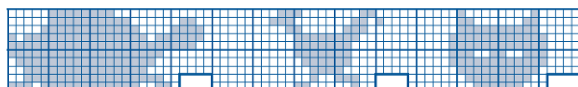
B.: _____ Sz.: _____

b) 

B.: _____ Sz.: _____

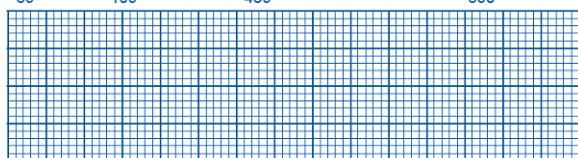
1. Kis négyzeteket színezzünk.

a) Melyik ábra hány kis négyzetből áll? Írd melléjük!



b) Színezz a számok szerint! (Ügyeskedj, hogy mind elférjen!)

39 109 439 390



Közelítő számlálás

A kiinduló feladatból világosan látszik, hogy a pontos számlálás sokszor nehézkes és felesleges, ugyanakkor az ilyen problémák esetén a becslés szerepe jelentős. Megoldandó problémaként feltehető a tanulók számára az a kérdés, hogy mennyi lehet 1000 gesztenye. Ősszel gyűjtsenek a gyerekek gesztenyét, vigyék be az iskolába. A gyerekekben a gesztenyék megszámlálásával kapcsolatban többféle ötlet is felmerülhet. Például 10 gesztenye tömegét meg tudják mérni, illetve az összes gesztenye tömege is megmérhető. Ebből a két információból lehet következtetni arra, hogy hány darab gesztenyét gyűjtöttek. A módszer nagyon gyors és meglehetősen pontos.

A becslés és közelítő számlálás témaköréhez további jó gyakorlatokat tartalmaznak a következő feladatok. (5. ábra)


5. ábra

Közelítő számlálással kapcsolatos tankönyvi feladatok

(forrás: C. Neményi et al., 2022a)

18. Csoportban dolgozzatok! Számoljatok közelítve!

a) Számláljatok le valamilyen apró dologból 10-et (20-at, 30-at vagy 50-et)! Ezután már ne számláljatok, csak készítsetek ugyanekkora kupacokat, és így rakjátok ki magatok elé körülbelül 100 darabot! Ha kész, toljátok őket össze egy nagyobb kupacba! Másoljátok le ezt a nagyobb kupacot még kétszer! Most körülbelül hány darab van elöttetek? Számláljátok meg egyesével is, amit kiraktatok! Hogyan sikerült a becslés? Mennyire volt pontos? Mennyire volt gyors?



b) Valaki markoljon ki jó sokat valamilyen apró dologból! Becsüljétek meg, hogy körülbelül mennyit markoltatok! Így dolgozzatok: Készítsetek a nagy kupacból körülbelül egyforma, kisebb kupacokat! Mindegyik kisebb kupacból készítsetek újabb, körülbelül egyforma kupacokat! Addig folytassátok, míg körülbelül 10-es (vagy 20-as, 30-as, 50-es) kicsi kupacokat kaptok! Számláljatok meg egy ilyen kicsi kupacot, majd számoljátok össze a kicsi kupacok segítségével, hogy körülbelül mennyi lehetett a nagy kupacban! Ellenőrzésként megszámlálhatjátok egyesével is, amit kiraktatok. Hogyan sikerült a becslés? Mennyire volt pontos? Mennyire volt gyors?

5. Mit gondolsz, hány gesztenye lehet a rajzokon?
Először becsöld meg, aztán számláld meg pontosan!

	A)	B)	C)
Beclsés:			
Számolás:			

A mérés pontossága

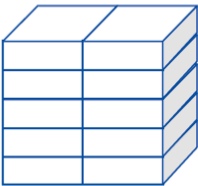
Nincsen pontos mérés, csak az adható meg, hogy milyen pontossággal mérünk (például: centiméter-pontossággal, milliméter-pontossággal, kilométer-pontossággal). Mindig lehet hibahatár, amin belül jónak tekinthető egy becslés, egy mérés, egy számlálás, számolás. Ehhez a gondolathoz is elvezet

az eredeti üveges feladat, de érdemes még megerősíteni ezt a diákokban néhány tevékenységgel, konkrét méréssel is.

A számláláshoz kapcsolódik a következő feladat (6. ábra), ami a hibahatár megtapasztaláshoz ad gyakorlati megtapasztalási lehetőséget.

6. ábra

A mérés pontossága és a hibahatár, tankönyvi feladat
(forrás: C. Neményi et al., 2022a)

7.	Hány gyufaszál van 1 db gyufaskatulyában?	Becslés: <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>
	Vajon hány szál van 10 db gyufaskatulyában?	Becslés: <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>
	Alakítsatok csoportokat! Számoljatok meg egy csomag gyufát! (Egy csoport egy skatulyát számoljon!)	
	Jegyezzétek fel, melyik csoport hány szál gyufát talált a dobozában!	
	A tíz dobozban összesen kb. <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> db van.	
	Hány dobozt kell vennünk, ha 1000 db gyufaszálra van szükségünk?	

Összefoglalás

A felfedezettő és a tevékenység alapú matematikatanítás, -tanulás hazánkban nem újszerű. Varga Tamás és munkatársai az 1970-es években igyekeztek egy olyan elvet megalkotni, amely mentén a matematika kézzelfoghatóvá és érthetővé válik a diákok számára. Ezt az elvet és a matematikaórai tevékenységek fontosságát hangsúlyozza az aktuális Nemzeti alaptanterv és a hozzá tartozó matematika kerettantervek is. Varga Tamás gondolkodásának hatása jelenik meg az aktuálisan tankönyvlistán szereplő tankönyvek közül a „C” jelű matematika tankönyvcsalád könyveiben is. E tanulmány a 3. osztályos tankönyv egyik feladatából indul ki és azt mutatja be, hogy milyen szerteágazó utat járhatnak be a pedagógusok a gyerekekkel, miközben megoldják feladatot a hétköznapi életből vett eszközökkel.

A 3. osztályos számkörbővítés című téma elején érdemes olyan problémát választani a pedagógusoknak, mellyel a tevékenység során a gyermekek tapasztalatot szerezhetnek a 100-nál nagyobb számok világáról. A probléma lehet egy olyan tankönyvből származó feladat, amely nem azt várja el a diákoktól és a pedagógusoktól, hogy papíron oldják meg vagy oldassák meg, hanem arra ösztönzi őket, hogy a mindennapi életből vett eszközök segítségével hozzák létre a feladatban lévő kiindulási állapotot, majd tevékenység keretében oldják meg a feladatot. A tevékenység és a sokszázról történő tapasztalatszerzés közben számtalan kérdés merülhet fel a tanulóknál, amelynek megválaszolása további gondolkodást, szükség esetén tevékenységet igényel. A problémamegoldása folyamata közben mindig nagyon sok visz-

szajelzést kaphat a pedagógus a gyerekek tudásáról, gondolkodásáról. A feladat többfelé elágazhat és nagyon sokféle gondolatot indít el a gyerekekben, illetve a megszerzett tapasztalatra több más feladatban is lehet támaszkodni. A feladat megoldása, a lehetséges folytatások megvalósítása a komplex matematikatanítás módszertani alapelveivel összhangban van. A valóságon alapuló, cselekvő tapasztalatszerzésből indul ki a tanulás, amelyhez eszközöket használnak a diákok figyelembe véve életkori sajátosságait. A probléma megoldása közben tévedhetnek a diákok, érvelhetnek a saját számlálási módszereik mellett. Ennek hatására a tanulás örömtelivé válik (Gosztonyi et al., 2018).

Irodalom

- Affandi, A. & Sukyadi, D. (2016). Project-based learning and problem-based learning for EFL students' writing achievement at the tertiary level. *Rangsit Journal of Educational Studies*, 3(1), 23–40.
- Churchill, D. (2003). Effective design principles for activity-based learning: The crucial role of 'learning objects' in science and engineering education. Paper Presented at the *Ngee Ann Polytechnic*, 2.
- C. Neményi, E., Wéber, A., Konrád, Á. & Móricz, M. (2022a). *Építsük fel! Matematika Gyűjtemény – 3. osztály*. Oktatási Hivatal.
- C. Neményi, E., Wéber, A., Konrád, Á. & Móricz, M. (2022b). *Építsük fel! Munkáltató feladatlapok – 3. osztály*. Oktatási Hivatal.
- Frenzel, AC., Pekrun, R. & Goetz T. (2007). Perceived learning environment and students' emotional experiences: A multilevel analysis of mathematics classrooms. *Learning and Instruction*, 17(5), 478–493. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2007.09.001>
- Gosztonyi, K. (2015). *Traditions et réformes de l'enseignement des mathématiques à l'époque des „mathématiques modernes”: Le cas de la Hongrie et de la France*. [PhD]. University of Szeged; Université Paris-Diderot-Paris 7. <https://hal.science/tel-01766902>
- Gosztonyi, K., Vancsó, Ö., Pintér, K., Kosztolányi, J. & Varga, E. (2018). Varga's „Complex Mathematics Education” Reform: at the Crossroad of the New Math and Hungarian Mathematical Traditions. In Shimizu, Y. & Vithal, R. (Eds.), *ICMI Study 24: School Mathematics Curriculum Reforms: Challenges, Changes and Opportunities. Conference Proceedings* (pp. 133–140). University of Tsukuba.
- Halmos, M. & Varga, T. (1978). Change in mathematics education since the late 1950's – ideas and realisation Hungary. *Educational Studies in Mathematics*, 9(2), 225–244. <https://doi.org/10.1007/BF00221159>
- Matematika kerettanterv az általános iskola 1–4. évfolyama számára (2020). https://www.oktatas.hu/koznevel/kerettantervek/2020_nat/kerettanterv_alt_isk_1_4_evf (2024.08.15.)

- Panko, M., Kenley, R., Davies, K., Piggot-Irvine, E., Allen, B., Hede, J. & Harfield, T. (2005). *Learning styles of those in the building and construction sector. Report for Building Research*, New Zealand.
- Pálfalvi, J. (2019). *Varga Tamás élete*. Typotex Kiadó.
- Pintér, K. (2013). *Matematika tantárgy-pedagógia*. http://www.jgypk.hu/mentorhalo/tananyag/Matematika_tantrgyepedaggia/index.html (2024.08.15.)
- Riley, N., Luban, D., Holmes, K., Gore, J. & Morgan, P. (2017). Movement-based mathematics: enjoyment and engagement without compromising learning through the easy minds program. *EURASIA Journal of Mathematics Science and Technology Education*, 13(6), 1653–1673. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.00690a>
- Sedova, K., Sedlacek, M., Svaricek, R., Majcik, M., Navratilova, J., Drexlerova, A., Kychler, J. & Salamounova, Z. (2019). Do those who talk more learn more? The relationship between student classroom talk and student achievement. *Learning and Instruction* 63, 101217. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2019.101217>



Móricz, M. & Kulman, M.

Experience of the hundreds – the explosion of a task

One of the important elements of the exploratory Hungarian primary maths teaching associated with Tamás Varga and Zoltán Dienes is that students solve the problem using activities and tools at their own pace. This is the spirit in which the current content regulations for mathematics teaching and most of the textbooks for mathematics teaching have been developed. The focus of this paper is on a 3rd grade textbook mathematics task related to number extension, which can be solved not only in the textbook on paper, but also in an activity after careful teacher preparation and using everyday tools. In this way, the textbook task becomes more stimulating, less abstract, more understandable, more motivating and the process of solving it can raise new questions for the students. The task also includes possibilities for continuation, as the topic of number extension should be presented to the children not only in terms of the number of units, as in the selected task, but also in terms of the number of measures. Furthermore, the development of estimation skills and the use of approximate counting are also closely linked to the textbook task.

Keywords: discovery maths teaching, activity, number extension



Kulman Katalin: <https://orcid.org/0000-0003-2957-0253>