

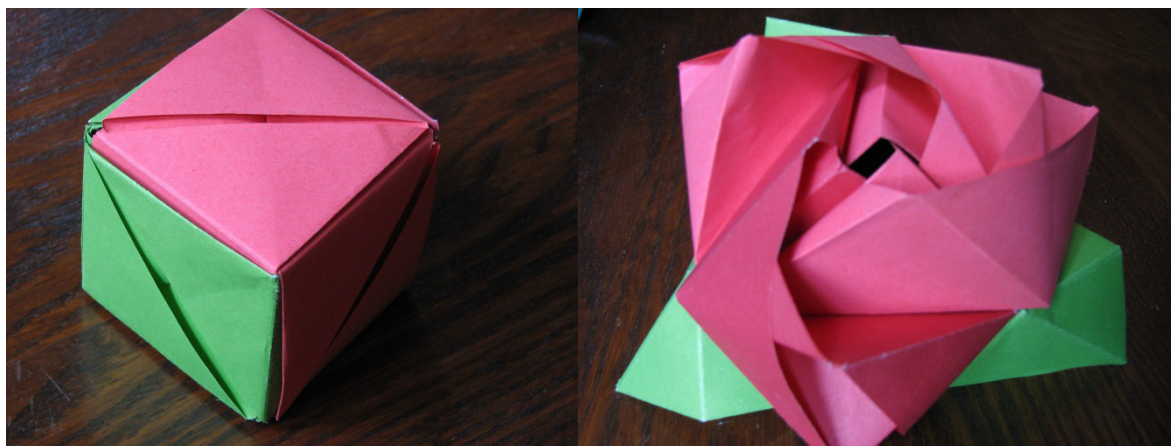
Te is lehetsz bűvész! Fedezzük fel a bűvészmutatványok matematikai titkait!

Pintér Klára

SZTE JGYPK TÓKI Matematika Szakcsoport

Miközben sokan negatív emlékeket őriznek a matematika tanulásáról, lelkesen próbálják kitalálni bűvészmutatványok titkait, szívesen játszanak gondolkodást igénylő játékokat, és nem gondolják, hogy ezek alapja gyakran a matematika. Ha sikerül a játékokat, trükköket beépíteni a matematika tananyagba, változhat a tanulók hozzáállása a matematikához és aktívabban vehetnek részt a tanulási folyamatban, ami hatékonyabb ismeretszerzést, képességfejlesztést eredményezhet. A matematika ilyen csábító köntösbe való felöltöztetését szimbolizálja az a papírból hajtogatott kocka, amelyet néhány mozdulattal rózsává alakíthatunk¹.

Kulcsszavak: bűvészmutatványok, kártyatrükkök, algebra, számrendszerek, térszemlélet



1. ábra: A bűvésstrükkök alkalmazásának módszere

A trükkök bemutatásakor a pedagógus a bűvész. A mutatvány többszöri ismétlése közben a közönség megpróbálja utánozni a bűvészt, kitalálni a trükköt. Fontos, hogy se a bűvész ne árulja el a titkát, se az ne tegye közzé a gondolatait, aki sejtí a trükk nyitját. Úgy ellenőrizheti sejtésének helyességét, hogy vállalja a bűvész szerepét. Így a sok kísérlet eredményeként minden tanulónak van esélye megtalálni a magyarázatot, illetve a tanulók maguk dönthetnek az esetleges tévutak feladásáról. Végül összegezzük a mutatvány lényegét, magyarázatát, matematikai háttérét. Így a problémák feldolgozásának módja nagyban segíti a problémamegoldó képesség, az induktív gondolkodás fejlődését, hiszen a motiváló problémafelvetés után a kísérletezések eredményeként a diákok sejtéseket fogalmaznak meg, azokat ellenőrzik és indokolják, gyakorolják a döntést, hogy egy ötlet mellett meddig érdemes kitartani, mikor célszerű új gondolatot keresni. Ebben a folyamatban a pedagógus szerepe a problémafelvetés, a felfedezés lehetőségének biztosítása, és nem az ismeretközlés a megoldások helyességének

¹ Vann, Valerie *Origami magic rose cube*

kinyilatkoztatása. A diákok pedig megtapasztalják a felfedezés örömét, és szívesen gondolkodnak a matematikai problémákon. A továbbiakban a matematika különböző területeihez kapcsolódó bűvészmutatványokat mutatok be, amelyek az általános iskolai matematika órákon is bemutatathatók.

Bűvésztükkök

1. Trükkök számítógépen

A bűvészmutatványok egy része az irányított figyelemre épül. A körülmények véletlenszerű változtatását a számítógépes szoftver biztosítja elfedve a trükk lényegét. Ezek megfejtése fejleszti a tanulók megfigyelőképességét, szélesíti látókörüket.

1.1. Három kártya trükk

A trükk:

A képernyőn megjelenik hat kártya, és a közönségnek választani kell egy lapot, és erősen gondolni kell erre a lapra. A lapok eltűnnek, és amikor újra megjelennek, nem lesz köztük az a lap, amelyikre a közönség gondolt (urbanlegends.about.com/library/bl_card_trick1.htm).

A titok:

Kezdetben teljesen misztikusnak tűnik, honnan tudhatta a gép, hogy mire gondoltunk. A trükk többszöri ismétlésekor jobban megfigyeljük a körülményeket. A mutatott hat lap közül három piros, három fekete, két jumbó (J), két dáma (Q) és két király (K), mindegyikből egy piros, egy fekete. Az egy lap eltűntetése után mutatott öt lap között ugyanilyen figurás lapok vannak, mindegyikből legfeljebb egy piros, egy fekete, csak éppen a másik piros és a másik fekete, vagyis egyetlen olyan lapot sem mutat a gép másodszorra, mint amit először mutatott, így nem csoda, hogy nem lesz a képernyőn az a lap, amire gondoltunk. A lapok szélesebb körű megfigyelése teszi lehetővé a trükk megfejtését. A számítógép azért hasznos, mert minden játék alkalmával más lapokat dob fel a gép, és könnyen el tudja tüntetni az először mutatott lapokat, hogy újakat mutasson. Ezt közben levő lapokkal jóval nehezebb megvalósítani.

1.2. Varázsgömb

A trükk:

A mutatvány széles körben ismert, a megoldása már kevésbé. A közönség gondol egy kétjegyű számra. Kivonja belőle a számjegyek összegét. A különbséget megkeresi a számítógép által mutatott táblázatban, ahol 1-től 99-ig minden számhoz tartozik egy jel, ami sokszor elég kacifántos. Ezt a jelet kell megjegyezni, erősen gondolni rá, és amikor rákattintunk a varázsgömbre, csodák csodája éppen ez a jel fog megjelenni (*Naughton, é.n.*).

A titok:

A táblázatot alaposan megfigyelve észre lehet venni, hogy a 9-cel osztható számok mellett a 90 és a 99 kivételével ugyanaz a jel áll. A helyi értékes felbontás alapján már alsó tagozatos gyerekeknek is meg lehet mutatni, hogy a különbség mindig 9 többszöröse lesz. Nagyobbaknak magyarázhatjuk úgy, hogy a természetes számok 9-es osztási maradéka megegyezik számjegyeik összegének kilences osztási maradékával, így különbségük osztható lesz 9-cel. Ellenőrizzük, hogy különbségként nem kaphatunk se 99-et, se 90-et (a lehető legnagyobb különbség a 81), így mindegy me-

lyik 9-cel osztható különbséget kaptuk, ugyanarra a jelre gondoltunk. A számítógép alkalmazása azért szerencsés, mert a trükk egymás utáni ismétlésekor más-más jelet kapunk, ugyanis a program cserélgeti a táblázatban a számokhoz tartozó jeleket ezzel elfedve a trükköt.

A trükköt némi gyakorlással számítógép nélkül is bemutatthatjuk. Egy gyufaskatulyába a közönség rakjon gyufaszálakat, számolják meg, hogy hány darabot, majd ezekből a gyufaszálakból rakják ki a gyufák darabszámát úgy, hogy kitesznek annyi gyufát, amennyi a darabszám tízeseinek száma és annyit, amennyi az egyeseké. A megmaradt gyufákat a skatulyába téve átadják a bűvésznak, aki megrázogatja azt, és megmondja, hogy hány szál gyufa van benne. A gyakorlás azért szükséges, hogy meg tudjuk különböztetni a 9, a 18 és a 27 szál gyufa hangját a rázogatós során. A trükk a megfigyelőképesség fejlesztése mellett alkalmas arra, hogy tapasztalatot szerezzenek a tanulók a 9-cel való oszthatóságról.

2. Logika: Hummer-féle három tárgy kitaláló

A trükk:

A bűvész kitesz három plüssállatot az asztalra az 1-gyel, 2-vel, 3-mal jelölt helyekre és hátat fordít. A közönség soraiból választott segítő felcserél két állatot, és hangosan ki mondja azoknak a helyeknek a számát, amelyeken ezek az állatok álltak. Ezt folytatja, amíg akarja. Ezután gondol az egyik állatra, a másik kettőt megcseréli, de ezt a cserét nem mondja ki – ez a titkos csere. Majd tovább folytatja a cseréket, amíg akarja. Végül a bűvész megfordul, köröz a varázspálcájával és rámutat a gondolt állatra (*Gardner*, 1956, 63. o.).

A titok:

A bűvész az elején kiszemel egy állatot, megnézi melyik helyen van. Ezután ennek az állatnak a helyét követi az ujjain a bemondás alapján úgy, hogy a mutatóujj az 1-es, a középső- a 2-es, a gyűrűsujj a 3-as pozíció. Ezt folytatja akkor is, amikor a titkos csere után tovább cserélgetnek. Amikor megfordul, megnézi, hogy az általa kiszemelt állat azon a helyen van-e, ahol az ujjai szerint lennie kell. Ha ott van, akkor az azt jelenti, hogy nem vett részt a titkos cserében, vagyis ő a gondolt állat. Ha nincs ott, akkor részt vett a titkos cserében, mégpedig azzal az állattal cserélt helyet, amelyik végül azon a helyen áll, ahol a bűvész ujjai szerint az általa kiszemelt állatnak kellene állni. Így egyikük sem lehet a gondolt állat, csak a harmadik. A trükk megoldásának felfedezése nem egyszerű, de többszöri bemutatás után azért lehetséges. A gyerekek sokszor az összes állatot próbálják követni, de a titkos cserénél rendszerint megakadnak.

3. Számrendszerek: Pakolás kitaláló

A trükk:

A bűvész kirak sorban hat tálcát, egy kosár kupakot, és elfordul. A közönség soraiból választott segítő kiszór az első tálcára néhány kupakot és megszámlolja hány darab van. Ezután mindkét kezével megfog egy-egy kupakot, az egyiket átrakja a következő tálcára, a másikat visszadobja a kosárba. Ezt folytatja, amíg lehet, majd ugyanezt sorban a többi tálcával is végrehajtja. Végül mindegyik tálcán legfeljebb egy kupak lehet. Ekkor a bűvész megfordul, köröz a varázspálcájával, és megmondja, hogy hány kupak volt eredetileg az első tálcán.

A titok:

A segítő mindkét kezével egy-egy kupakot fog meg, így valójában kettesével csoportosítja a tálcán levő kupakokat, és annyi kupakot rak át a következő tálcára, ahány kettes csoport a tálcán volt. Így a csoportosítással, beváltással a kettes számrendszerbeli alakját kapjuk az eredetileg kirakott kupakok számának, az első tálca felel meg az 1-es, a második a 2-es, a harmadik a 4-es, a negyedik a 8-as helyi értéknek, és így tovább. Egy tálcán, azaz helyi értéken levő kupak az 1, a kupak hiánya a 0 számjegyet jelenti. A trükköt bemutathatjuk más számrendszerre is. A tízes számrendszeres változatnál 10 kupakot kellene egyszerre kivenni, 1-et továbbrakni és 9-t visszadobni a kosárba, ami elég sok számolást és nagy mennyiségű kupakot igényel, így esetleg feladatként lehet kitűzni a problémát.

4. Algebra: Hány érme van a jobb kezében?

A trükk:

A bűvész kiszórja a pénztárcájában levő aprópénzt az asztalra. A közönség soraiból választott segítőnek az a feladata, hogy vegyen a bal kezébe valamennyit az érmék közül, a maradékot a jobb kezébe, majd szorozza meg 4-gyel a bal kezében levő érmék számát, és 5-tel a jobb kezében levőkéét, végül adja össze a két szorzatot. A bűvész az összegből kitalálja, hogy hány érme van a jobb kezében és hány a balban.

A titok:

A bűvész tudja, hogy hány érme volt eredetileg a pénztárcájában, így a $4b+5j = 4 \cdot (b+j) + j$ összeget és $4 \cdot (b+j) - j$ -t ismerve j majd b is adódik. A szimbolikus magyarázat jól alkalmazható 7. osztályban az algebrai kifejezések tanításakor. Azonban akár alsó tagozatosoknak is megmagyarázható a trükk, hiszen már 2. osztályban a szorzásnál tanulják a gyerekek, hogy egy szám ötszöröse a számmal nagyobb a négyszeresénél, így a kapott összeg az összes érme számának 4-szeresének és a jobb kézben levő érmék számának összege.

5. Térszemlélet: Súgnak a kockák

A trükk:

A közönség soraiból választott segítő feldob három szabályos dobókockát, és összeadja a dobott számokat. Ezután kiválasztja az egyik kockát, és ennek az alsó lapján levő számot is hozzáadja a korábbi összeghez. Ezzel a kockával még egyszer dob, és az újonnan dobott számot is hozzáadja az összeghez. A bűvész ekkor megfordul, kézbe veszi a kockákat, megrázogatja, és a kockák megsúgják neki a kapott összeget.

A titok:

A bűvész látja, hogy az utolsó dobás után milyen számok állnak a kockák felső lapján. Ezek összegén kívül a kapott összegben még a kiválasztott kockával történt első dobás utáni felső és alsó lapon álló számok összege szerepel. Mivel egy szabályos dobókocka szemközti lapjain levő számok összege 7, így a látott összeghez 7-et adva a bűvész megkapja a végső összeget. Ezzel a trükkel a gyerekek maguk fedezik fel, tudatosítják, hogy a szabályos dobókocka szemközti lapjain álló számok összege 7.

6. Probléma-megoldási stratégiák: David Copperfield kártyatrükkje

A trükk:

A közönség tagjai kiraknak 9 kártyát 3x3-as négyzet alakban. Ezekon a kártyákon kell lépkedni. A középső kártyáról indulva lépnek szomszédos kártyára lefelé, felfelé, balra vagy jobbra tetszőleges irányba haladva annyit, amennyit a bűvész mond. Egy ilyen lépéssor után a bűvész megmondja, hogy melyik kártyát vegyék el. Átlósan lépni vagy üres helyet átugrani nem szabad, de visszafele lehet lépni. A bűvész megint megmondja, hogy hányat lépjenek, illetve hogy a lépéssor után melyik kártyát vegyék el, és így tovább:

	a	b	c
1			
2			
3			X

Tedd az ujjad a középső kártyára!

Lépj 5-öt és vedd el a c3 kártyát!

Az ábra egy lehetséges útvonalat mutat. A következő lépéssor onnan indul, ahova az előzőben érkeztek.

Lépj 4-et, és vedd el az a3 kártyát!

	a	b	c
1			
2			
3	X		X

Hasonlóképpen kell lelépni a következő lépéssorokat:

Lépj 3-at, és vedd el az c2 kártyát!

Lépj 4-et, és vedd el a b3 kártyát!

Lépj 5-öt, és vedd el a c1 kártyát!

Lépj 4-et, és vedd el az a1 kártyát!

Lépj 3-at, és vedd el az a2 kártyát!

A csoda az, hogy bármerre is lépkedtek a közönség tagjai, senki sem áll azon a kártyán, amelyet a bűvész elvesz. Így végül a „gondolatátvitel” eredményeként mindenki ugyanazon a kártyán fog állni.

	a	b	c
1			
2			
3			

A titok:

Képzeld el, hogy sakktáblaszerűen két színnel színezzük a kártyákat, így láthatjuk, hogy páros számú lépéssel mindig ugyanolyan színű kártyára lépünk, mint ahonnan indultunk, páratlan számú lépéssel pedig ellentétes színűre. Ez alapján

a bűvész tudja, hogy ha a középső kártyáról indul a közönség, akkor az egyes lépések után milyen színű kártyán fognak állni, és ellentétes színű kártyát vesz el. Végül kénytelen mindenki a középső kártyára lépni. A trükk segít felfedezni a színezés és a paritás alkalmazásának stratégiáját, ugyanis a gyerekek rájönnek, hogy a kártyák kétfélék lehetnek, és mindenki ugyanarra a fajtára lép, a bűvész pedig a másik fajtából bármelyiket elveheti. Ezek a problémamegoldási stratégiák sok feladat megoldásánál hasznosak.

A trükk még hatásosabb, ha a közönség monitoron tudja követni az ujjával a lépéseit, és a „gondolatátvitel” következtében mindenki ugyanarra a kártyára fog mutatni.

Összegzés

A bemutatott bűvésztrükkök akár alsó tagozatos gyerekeknek is előadhatók megadva a lehetőséget a gyerekeknek, hogy maguk jönnek rá a titokra. Reméljük ezzel a néhány példával sikerült kedvet csinálni további mutatványok kereséséhez, alkalmazásához.

Irodalom

Gardner, Martin (1956): Mathematics Magic and Mystery, Dover Publications, Inc., New York.
Naughton, Andy: Mindreader:
[www. flashlightcreative.net/swf/mindreader/](http://www.flashlightcreative.net/swf/mindreader/)
Vann, Valerie Vann: Origami magic rose cube,
www.youtube.com/watch?v=A8EyLFWXV_0
urbanlegends.about.com/library/bl_card_trick1.htm