



## Mire jó a színesrúd-készlet? – Példák a mindennapokból

Kulman Katalin<sup>1</sup> – Bagota Mónika<sup>2</sup> – Zámbo Csilla Gyöngyvér<sup>3</sup>

### Absztrakt:


A színesrúd-készlet olyan szemléltető eszköz, amely hatékonyan támogatja az óvodás és kisiskolás korosztály matematikai gondolkodásának fejlődését. Magyarországon Varga Tamás matematikadidaktikus honosította meg a készlet használatát, kisebb módosításokkal illesztve azt a hazai pedagógiai gyakorlatba. Munkássága nyomán a színesrúd-készlet a játékos, tapasztalati tanulás, valamint a konkrétól az absztrakt felé haladó tanítási szemlélet egyik meghatározó eszköze lett. A színes rudak napjainkban is szerves részei az alsó tagozatos matematikatanításnak: megjelennek a tanítóképzésben, a tantervi ajánlásokban és a korszerű tankönyvek módszertani anyagaiban. Használatuk jól illeszkedik a differenciált és felfedezettő tanulás-szervezéshez, mivel kézzelfogható tapasztalatokon keresztül segítik a matematikai fogalmak megértését. A rudak alkalmasak többek között relációk szemléltetésére, a számfogalom elmélyítésére, a törtek és az arányosság értelmezésére, valamint az alapműveletek és azok tulajdonságainak vizsgálatára. Emellett a geometriai szemlélet fejlesztésében is szerepet kaphatnak, például a konstruálások és az alakzatokkal végzett tevékenységek során. A tanulmány a színesrúd-készlet alkalmazásának lehetőségeit mutatja be az alsó tagozatos matematikatanításban gyakorlati példákon keresztül, kiemelt figyelmet fordítva a tapasztalati tanulásra és a fogalmi megértés támogatására.


### Kulcsszavak:


színesrúd-készlet, matematikatanítás, alsó tagozat

### Bevezetés

Az alsó tagozatos matematikatanítás egyik alapvető célja, hogy a tanulók számára a matematika érthető, megtapasztalható és értelmezhető tudásként jelenjen

<sup>1</sup> Eötvös Loránd Tudományegyetem Tanító- és Óvóképző Kar Matematika Tanszék, MTA-Rényi-ELTE Matematikadidaktika Kutatócsoport; kulman.katalin@tok.elte.hu; 

<sup>2</sup> Eötvös Loránd Tudományegyetem Tanító- és Óvóképző Kar Matematika Tanszék, MTA-Rényi-ELTE Matematikadidaktika Kutatócsoport; bagota.monika@tok.elte.hu; 

<sup>3</sup> Eötvös Loránd Tudományegyetem Tanító- és Óvóképző Kar Matematika Tanszék; zambo.csilla@tok.elte.hu; 

meg amellet, hogy a gondolkodási képességeik is fejlődnek (Matematika keret-tanterv 1–4. évfolyam, 2020). Ebben az életkorban a gondolkodás még szorosan kötődik a konkrét cselekvésekhez és tapasztalatokhoz, ezért kiemelt szerepe van azoknak az eszközöknek és tanulósszervezési módoknak, amelyek lehetőséget adnak a tevékenykedésre, a megfigyelésre és az önálló következtetések levonására. Az eszközökkel történő manipuláció hozzájárul ahhoz, hogy a tanulók felfedezzék, majd megértsék a matematikai fogalmakat és összefüggéseket.

A színesrúd-készlet olyan sokoldalú szemléltető eszköz, amely számos matematikai tartalom feldolgozását teszi lehetővé az alsó tagozaton. A rudakkal végzett cselekvések során a tanulók aktívan részt vesznek a tanulási folyamatban: építenek, rendeznek, összehasonlítanak, kísérleteznek, miközben saját tapasztalataikra támaszkodva fedezik fel a különféle matematikai fogalmakat. A folyamat közben a pedagógus irányító, támogató szerepet tölt be.

Magyarországon a színesrúd-készlet elterjedése szorosan összefügg Varga Tamás komplex matematikatanítási kísérletével, amely a 20. század második felében meghatározó szerepet játszott a hazai matematikadidaktika megújulásában. A komplex matematikatanítás célja a matematikai tartalmak összefüggéseinek feltárása, a gondolkodási műveletek fejlesztése és a tanulók aktív bevonása a tanulási folyamatba. E pedagógiai keretben a színes rudak olyan eszközként jelentek meg, amely hatékonyan támogatja a tapasztalati tanulást és a matematikai fogalmak fokozatos, a konkrétól az absztrakt felé haladó felépítését.

E tanulmány olyan alsó tagozatos matematikai gyakorlati példákat mutat be, amelyek igazolják a színesrúd-készlet sokrétű alkalmazási lehetőségeit.

### **Felfedezettő matematikatanítás és a színesrúd-készlet**

A felfedezettő matematikatanítás a matematikatanítás olyan megközelítése, amely a problémamegoldásra és a matematikai vizsgálódásra épül. Ezt a szemléletet a 20. században a magyar matematikai és matematikaoktatási kontextusban dolgozták ki, és a kutatásalapú matematikaoktatás (*Inquiry-Based Mathematics Education*) egyik nemzetközileg is értelmezhető változatának tekinthető (Artigue et al., 2020; Gosztönyi, 2020; Kiss, 2022). Varga Tamás reformmozgalma az 1960-as és 1970-es években a felfedezettő megközelítést az általános matematikatanítás alapjává tette, és az általános iskola hivatalos tantervének vezérelvévé emelte (Halmos & Varga, 1978). Varga Tamás matematikai reformkonceptiója arra törekedett, hogy a matematika tudományos sajátosságait, a társadalmi-gazdasági elvárásokat és a korszerű pszichológiai-pedagógiai eredményeket egységes szemléleti keretben kapcsolja össze. A cél nem pusztán módszertani megújulás volt, hanem olyan tanítási gyakorlat kialakítása, amely a modern tanulásméleteket a mindennapi iskolai munkában is érvényesíti. A koncepció lényegi sajátossága, hogy nem egy-egy részterület fejlesztésére irányult, hanem az iskolai matematikatanítást egyetlen, komplex rendszerként értelmezte. A tananyag, a tanulók, a pedagógusok és az oktatási környezet egymással összefüggő elemekként jelentek meg, miközben a reform kiterjedt a tantervi és tartalmi

struktúrára, a módszertani megoldásokra, a taneszközök fejlesztésére és a pedagógusok szakmai támogatására is (Dancs, 2021).

A matematikai tartalmak megújítása ugyanakkor csak akkor lehetett hatékony, ha azok feldolgozása igazodott a tanulók életkori sajátosságaihoz és gondolkodási szintjéhez. A komplex matematikatanítási kísérlet egyik fontos eredménye annak felismerése volt, hogy a matematikai fogalmak absztrakciója konkrét tevékenységekből kiindulva már az alsó tagozatban, sőt akár korábbi életkorban is megalapozható. A tartalmi megújulással párhuzamosan új módszertani szemlélet is kialakult, amely a hagyományos tanulási formákkal szemben a tanulói aktivitásra és az alkotó, elemző gondolkodásra helyezte a hangsúlyt. Az absztrakció alapját a tanulók saját tevékenységei képezték, ezért a tanítás során alkalmazott eszközök és feladatok a tapasztalatszerzésre és az önálló következtetések levonására épültek (Gosztonyi, 2020; Dancs, 2021). Több helyről igyekeztek összegyűjteni és a céloknak megfelelően átalakítani olyan eszközöket, amelyeket viszonylag egyszerű volt akár minden tanulóhoz eljuttatni. Így kerültek be a tanulói eszközkészletbe a hagyományosnak mondható számolókorongokon és számolópálcákon kívül többek között az áttervezett Cuisenaire-rudak (színesrúd-készlet) is (Dancs, 2021).

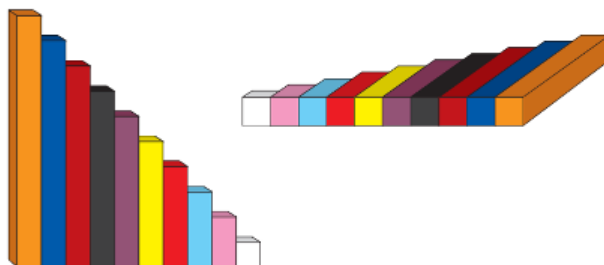
A színesrúd-készlet – eredeti nevén Cuisenaire-rudak – egy segédeszköz, taneszköz, mely a matematika és az idegen nyelvek tanításához használható. Feltalálója egy belga pedagógus – Georges Cuisenaire – volt, aki kézzelfogható eszközt szeretett volna diákjai kezébe adni az aritmetikai összefüggések megértéséhez (Athanasakou & Zagorianakos, 2026).

Napjainkban a mindennapi tanítási gyakorlatban alkalmazott készlet legkisebb eleme a fehér kocka, amelynek élhosszúsága 1 cm és tömege 1 gramm, így a hosszúság, terület, térfogatmérés mellett tömegmérésre is alkalmas. A hosszúság szerinti sorrendben következő elem a rózsaszín rúd, amely egy négyzet alapú hasáb, alapéle 1 cm, oldaléle 2 cm hosszú, tömege 2 gramm. A készlet további elemei egy-egy újabb fehér kocka nagyságával hozhatók létre, a készletet összesen 12-féle rúd alkotja – 1–10 egység hosszúságú rudak (1. ábra), 12 (zöld) és 16 (barna) egység hosszúságú rudak.

## 1. ábra

*Színes rudak*

*(Forrás: C. Neményi et al., 2020a, p. 10.)*



A rudak színe nem önkényesen választott, bizonyos számok között fennálló kapcsolatokat mutatják. Például a 3-as számrendszer szemléltetéséhez szükséges 1, 3 és 9 hosszúságú rudak fehér, világoskék és sötétkék színűek. A rudak színei a hosszúságok növekvő sorrendjében: fehér (1), rózsaszín (2), világoskék (3), piros (4), citromsárga (5), lila (6), fekete (7), bordó (8), (sötét)kék (9), narancssárga (10), zöld (12), barna (16). Mivel a színek jelzik a számok közötti kapcsolatokat is, ezért törekedni kell a megfelelő színekkel rendelkező készlet használatára.

### **Alsó tagozatos gyakorlati példák a színes rudak használatához**

A színesrúd-készlet alkalmazásához bemutatott gyakorlati példák érthetősége és egyértelműsége érdekében a tevékenységek leírása mellett az alsó tagozat minden évfolyamán érvényben lévő *Építsük fel!* matematikagyűjtemény egyes feladatait használtuk fel. Nem csak a felsorolt feladatok, tevékenységek, témakörök során használható az eszköz; azokat a matematikai témákat mutatja be a tanulmány, amelyekhez célszerű az alkalmazás. A tevékenységek továbbgondolhatók.

### ***Relációk és a természetes szám fogalmának alapozása***

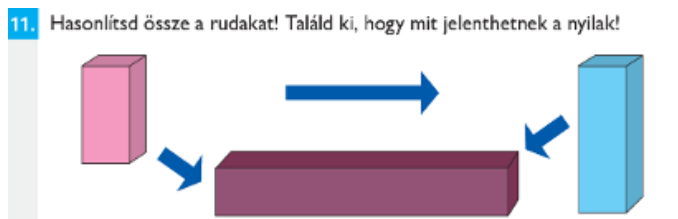
A kisgyermek már az iskolába lépés előtt is rendelkezik olyan hétköznapi relációs tapasztalatokkal, mint a több-kevesebb, nagyobb-kisebb vagy ugyanannyi felismerése, azonban ezek tudatosítása és rendszerezése a matematikatanítás feladata. A matematikadidaktikai és fejlődéslelektani kutatások egyaránt rámutatnak arra, hogy a számfogalom kialakulása szorosan összefügg az összehasonlításon alapuló gondolkodással és a relációk értelmezésével (Piaget, 1970; Gelman & Gallistel, 1978).

A természetes szám fogalmának alapozása két tapasztalati bázison zajlik: darabszám és mérőszám tartalommal. Fontos, hogy már az óvodáskorú gyermekek mindkét tartalommal találkozzanak, hiszen ezek egymás mellett fejlődnek. Ebben az időszakban válik egyre érthetőbbé például a több, kevesebb, hosszabb, rövidebb, nehezebb, könnyebb szavak jelentése, illetve például az ugyanannyi, ugyanolyan hosszú, ugyanolyan nehéz kifejezések tartalma. A mennyiségi tulajdonságok megfigyelése és a mennyiségfogalmak kialakítása sokféle szituációban történhet. A hosszúság jellegű mennyiségek esetében például a hosszabb, rövidebb fogalmak tapasztalása történhet úgy például, hogy a hosszú úton jobban elfárad a kisgyerek, mint néhány lépés alatt (C. Neményi, 2007a). Ugyanezt a tapasztalatot erősítheti a 2. ábrán látható feladat, melyben az elvégzett tevékenység után – színes rudak hosszának összehasonlításával, összemérésükkel – a tanulók levonhatják azt a következtetést, hogy a nyíl mindig a hosszabb színes rúd irányába mutat.

## 2. ábra

### Relációk szemléltetése

(Forrás: C. Neményi et al., 2020a, p. 31)



A rendezési reláció segítségével, amely az alaphalmaz minden elemét besorolja egyértelmű sorrend szerint egyetlen sorozatba – tkp. a 3. ábrán látható feladatban a magasabb és az alacsonyabb – egyértelmű sorrend jelölhető ki a rudak között. Ezt a sorrendet az irány és a szomszédosság jellemzi. A számok bármely részalmazán, ahol mindegyik szám csak egyszer szerepel, ilyen teljes rendezést hoz létre a nagyobb, kisebb reláció (C. Neményi, 2017).

## 3. ábra

### Rendezési reláció szemléltetése

(Forrás: C. Neményi et al., 2020a, p. 11)

13. Vegyétek elő ezeket a színes rudakat: sötétkék, piros, rózsaszín, fekete, narancssárga!

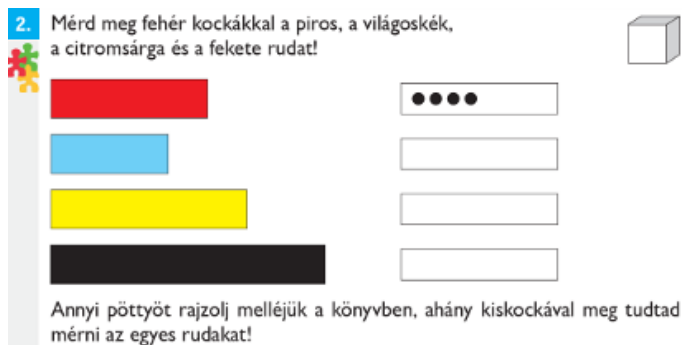
- Állítsátok fel magatok előtt a rudakat! Hasonlítsátok össze, melyik alacsonyabb, melyik magasabb! Melyik a legmagasabb? Melyik a legalacsonyabb?
- Állítsátok magasság szerint növekvő sorrendbe!
- Mutasd meg, merrefelé nőnek a rudak! Mutasd meg, merrefelé csökkennek!
- Játsszátok el a növekedést többször úgy, hogy guggolásból lassan felálltok! Játsszátok el a csökkenést is lassan!

### Egységgel való mérés, arányossági gondolkodás

A számfogalom jó kimunkálásához szükség van arra, hogy minél többféle alkalmilag megválasztott egységgel végezzenek valóságos méréseket a diákok, amihez jól használható eszköz a színesrúd-készlet. A 4. ábrán valamely mennyiség nagyságáról – az adott színes rudak hosszáról – megállapítható, hogy az egységül választott fehér kockának hányszorosa. Alsó tagozaton a mérési eljárás szorosan összefonódik a számlálással amellet, hogy a mérőszámarányt fejez ki. A feladat által meghatározott tevékenységből a diákok tapasztalatot szereznek arról, hogy azonos egységgel mérve a hosszabb rúd több egységgel rakható ki, a rövidebb kevesebből, ami az egyenes arányossági gondolkodás alapja (C. Neményi, 2007a).

**4. ábra***Mérés, arányossági gondolkodás**(Forrás: C. Neményi et al., 2020a, p. 33)*

2. Mérd meg fehér kockákkal a piros, a világoskék, a citromsárga és a fekete rudat!

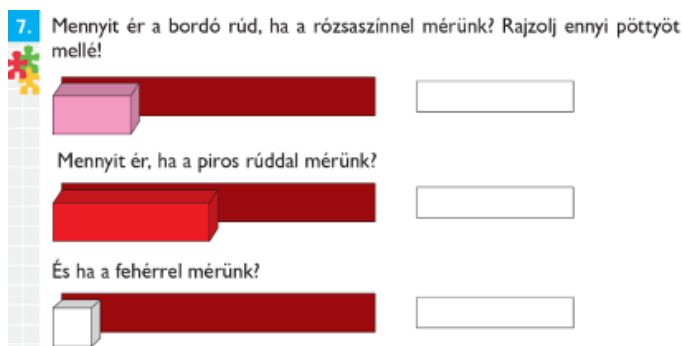


Annyi pöttyöt rajzolj melléjük a könyvben, ahány kiskockával meg tudtad mérni az egyes rudakat!

Hasonló feladat, egységgel való mérés látható az 5. ábrán is. A különbség az, hogy egy adott hosszúságú rúd – bordó rúd – hosszának meghatározásához különböző egységeket alkalmaz. A színes rudak rakosgatása elvezeti a gyereket ahhoz a tapasztalathoz, hogy ugyanazt a rudat a kisebb egységből több, a nagyobbból kevesebb teszi ki. Ez a fordított arányossági gondolkodás alapja.

**5. ábra***Mérés, arányossági gondolkodás**(Forrás: C. Neményi et al., 2020a, p. 34)*

7. Mennyit ér a bordó rúd, ha a rózsaszínnel mérünk? Rajzolj ennyi pöttyöt mellé!



Mennyit ér, ha a piros rúddal mérünk?

És ha a fehérrel mérünk?

**Számtulajdonságok**

A természetes számok tulajdonságainak az alsó tagozatos diákok számára nemcsak elvont matematikai fogalomként kell megjelenniük, hanem konkrét tapasztalati tartalomként is. Fontos, hogy a számtulajdonságok ne csak az elvont definícióval jelenjenek meg a fejükben, hanem olyan tárgyi tevékenységeket is végezzenek, aminek eredményeként felfedezhető az adott számtulajdonság (C. Neményi, 2007a).

Például a páros tulajdonságot – akárcsak a páratlan tulajdonságot – nagyon jól szemléltetik a színes rudakkal történő kirakások. Amennyiben egy választott rúd hosszúsága kirakható két azonos rúddal (6. ábra), akkor a választott rúd értéke páros szám lesz, ha nem rakható ki, akkor páratlan lesz. Ugyanezt a tapasztalatot erősíti, ha egy választott rúd kirakásához csak rózsaszínű rudakat (2 fehér kocka hosszúságának megfelelő rúd) lehet felhasználni. Páros szám lesz a rúd értéke, ha kirakható ilyen módon és páratlan, ha nem rakható ki.

## 6. ábra

*Páros tulajdonság*

(Forrás: C. Neményi et al., 2020a, p. 153)

**7.** Keress olyan rudakat, amelyeket ki lehet rakni két egyező színű rúddal!  
Fehérrel mérj! Írd le számokkal a kirakást!

Például:

The diagram illustrates the concept of decomposing a rod into two equal parts. It shows a purple rod being measured by two white rods. Below this, three examples show different rods being decomposed into two white rods, each with an equals sign and a plus sign between two boxes. To the right, a yellow box contains the equation  $6 = \square + \square$ .

## *Műveletek, műveleti tulajdonságok, kombinatorikus gondolkodás alapozása*

Többféle tapasztalatot szerezhetnek a diákok a műveletekről, a műveleti tulajdonságokról és a számok bontott alakjáról, amikor egy választott rúd hosszúságát különböző színű rudakkal rakják ki. Ezt a kirakást szőnyegezésnek nevezzük.

A 7. ábrán látható szőnyegezés segíti az összeadás műveletéről mérőszám tartalommal történő tapasztalatszerzést. Amennyiben az összes lehetséges módon szőnyegezik a diákok a citromsárga rudat, akkor több olyan sor is lesz, amelyekben ugyanazok a rudak szerepelnek, csak más sorrendben. Ennek megfigyelése az összeadás tagjainak felcserélhetőségéről ad tapasztalatot. További matematikai tartalom lehet egy hasonló tevékenység során a kombinatorikus gondolkodás fejlesztése is. Hiszen ebben a feladatban az összes lehetséges kirakás megjelenítésével arra a kérdésre is választ kapnak a diákok, hogy a feladat feltételének megfelelően hányféle sor, hányféle összeadás létezik. Alsó tagozaton egy ilyen kérdés megválaszolása csak a tevékenység elvégzése után lehetséges. Könnyítést jelenthet ebben az esetben, ha a szőnyegezés feltétele az, hogy egy sorban csak két rúd lehet felhasználni.

## 7. ábra

## Szőnyegezés

(Forrás: C. Neményi et al., 2020a, p. 39)

10. Szőnyegezd a citromsárga rudat!  
Illessz egymáshoz olyan rudakat, amelyek együtt ugyanolyan hosszúak, mint a citromsárga egyedül! A fehér kiskockával mérj!

Évi így rakta:	Leolvasta színekkel:	és számokkal:
	A citromsárga ugyanolyan hosszú, mint a világoskék és a rózsaszín együtt.	Az 5 az 3 meg 2.
	A citromsárga ugyanolyan hosszú, mint a fehér meg a rózsaszín meg a fehér és a fehér.	Az 5 az 1 meg 2 meg 1 meg 1.

A műveletek különféle értelmezésének megjelenítésében is segíthet egy-egy színes rudakkal végzett tevékenység. Például a 8. ábrán látható feladatban a maradékos osztás értelmezéséhez tartozó kirakás látható. A maradékos osztás a bennfoglalás műveletéhez kapcsolódik. A szorzás, a bennfoglalás és az egyenlő részekre osztás műveletek esetében egy adott rúd szőnyegezésénél csupa egyforma rúd kerül felhasználásra egy sorban, például a lila rúd (6 fehér kocka hosszúságú) két világoskékéből (3 fehér kocka hosszúságú) rakható ki. Erről az egyetlen kirakásról leolvasható, hogy a 3 kétszerese 6-tal egyenlő, a 6-ban a 3 kétszer van meg és a 6 két egyenlő részre osztva 3-mal egyenlő. A fekete rúd (7 fehér kocka hosszúságú) nem rakható ki világoskék rudakkal, mert a két világoskék rúd mellé még kell egy fehér kocka, hogy ugyanolyan hosszú legyen a sor, mint a fekete rúd. Ebből viszont az következik, ahogyan a 8. ábrán látható, hogy a 7-ben a 3 kétszer van meg és 1 a maradék.

## 8. ábra

## Maradékos osztás szemléltetése

(Forrás: C. Neményi et al., 2020c, p. 34)

19. Rakd ki ezeket a rudakat világoskék rudakkal! Hagyd is rajtuk!

Keresd meg azt a rudat, amely még szükséges ahhoz, hogy teljesen lefedd a rudakat!  
Írd le a bennfoglalásokat a füzetedbe!

Például így:  $7 : 3 = 2, \text{ marad } 1.$   
Így mondd: 7-ben a 3 megvan 2-szer, marad 1.

= 1

## Számrendszeres gondolkodás alapozása


A természetes szám fogalmának alapozásához hozzátartozik a diákok számrendszeres gondolkodásának fejlesztése. A mérőszám tartalmú tevékenységek elvégezhetőek színes rudakkal is, így a rendszerépítés a hosszúsághoz kötődik. Például kettes készletet alkot a fehér, a rózsaszínű, a piros, a bordó és a barna rúd; a hármas készlet elemei lehetnek a fehér, a világoskék és a sötétkék rúd.

A hármas készlet elemeinek felhasználásával többféleképpen, bármilyen hosszúságot elő lehet állítani, csak elég sok legyen belőlük. Ha mindegyikből legfeljebb csak kettőt szabad felhasználni egy hosszúság kiméréséhez, akkor is minden (egész centiméternek mért) hosszúság kirakható 26 cm-ig, viszont már csak egyféleképpen. Ezt a tapasztalatot felismerik a diákok, a váltások végigjárása pedig segít a megértésben. Ez az egyféle alak, amilyen rudakkal kirakható a választott hosszúság, a (mérő)szám hármas számrendszerbeli alakja (9. ábra) (C. Neményi, 2007a).

### 9. ábra







Számrendszeres gondolkodás fejlesztése  
(Forrás: C. Neményi et al., 2020b, p. 86)

5. Rakjatok ki utakat Hármassorszáiban! Mindig a háztól induljon az út!  
Vegyétek elő az 5. mellékletet!



Ne feledjétek, nem lehet semmiből 3 egyformát használni! Ezért ti is legfeljebb 2 fehér, 2 világoskék és 2 sötétkék rúdból tudtok építkezni. (Gondolkodhattok úgy is, hogy az utat kirakjátok csupa fehér kiskockával, és utána végezték beváltásokat.)

Milyen rudakat használtál az utak építéséhez, hogy elérj a háztól

			
 a kék virág mezőjébe?		1	2
 a lepke helyére?			
 a bokor helyére?			

### Becslés, közelítő számítás


Becslés, közelítő számítás során a tanulóknak el kell dönteniük, hogy a számok melyik részére van szükség a számítások elvégzéséhez, mely részeket nem fontos figyelembe venni. A becslőképesség fejlesztése az írásbeli műveleti eljárásokat megelőzi annak érdekében, hogy a számolás során várt eredmények nagyságrendjéről információt szerezzenek a tanulók. A becslőképesség fejlesztésének eszközei lehetnek a színes rudak. A 10. ábra feladatában a fehér kiskocka 100-at ér. Az összeadásban előforduló számok közelítő értékeinek megfelelő rudakkal végzik el a kirakást a diákok úgy, hogy mindegyik számot a legközelebbi százassal helyettesítik. Az így kapott sorról könnyen leolvasható a számok összegének becsült értéke. További segítség lehet a közelítő eredmény leolvasásában az, ha a diákok keresnek a kirakott sorral egyenlő hosszúságú színes rudat.

**10. ábra***Közelítő számítás**(Forrás: C. Neményi et al., 2020c, p. 125)*

3.

– Apu! Nagyon gyorsan tudok már számolni ezerig, ha nem kell egészen pontosan! – büszkélkedett Zoli.  
 – Próbáljuk ki! – mondta apu, és máris sorolta:  
 Mennyi  $186 + 91 + 405 + 316$ ?

Zoli mindegyik szám helyett egy-egy rudat tett maga elé, majd keresett egy olyan hosszú rudat, mint a négy rúd együtt, és gyorsan rá is vágta az eredményt:



– Körülbelül 1000.

Édesapja csodálkozott, hogy milyen ügyes trükköt talált ki Zoli.  
 Zsebszámológéppel kiszámolták a pontos eredményt.  
 Mennyi az eltérés? Soknak gondolod?


**Törtrészek**

A törtszámok alsó tagozatos tapasztalati előkészítése közé tartozik többek között a törtrészek leolvasása különféle mennyiségekről adott egységgel való mérés, illetve összehasonlítás eredményeképpen, illetve különféle mennyiségek körében adott vagy választott egység nem túl nagy nevezőjű törtrészeinek megjelenítése. A törtszám fogalmának építése mérőszám tartalmú, mindig mennyiségek összeméréséhez, méréséhez kapcsolódik (C. Neményi, 2006).

A színesrúd-készlet használatával, ahogyan az a 11. ábrán látható, egy választott rúd szőnyegezésével, melyben minden sorban ugyanolyan színű rudak szerepelhetnek csak, tapasztalatot szerezhetnek a gyermekek a törtrészekről, a törtrész és az egész viszonyáról. Azt is megfigyelhetik a gyerekek a kirakás alapján, hogy ugyanaz a törtrész különböző módon is felírható ( $1 \text{ ketted} = 2 \text{ negyed}$ ).

**11. ábra***Törtrész meghatározása**(Forrás: C. Neményi et al., 2020d, p. 198)*

8. Szőnyegezd egyszínű rudakkal a zöld rudat, ahányféleképpen csak tudod!



A zöld rúd hosszát válasszuk most 1 egésznek!

a) Olvasd le, hogy melyik rúd mennyit ér!

1 rózsaszín rúd hossza 1 hatod. 1 világoskék rúd hossza \_\_\_\_\_  
 1 fehér rúd hossza \_\_\_\_\_

1 piros rúd hossza \_\_\_\_\_ 1 lila rúd hossza \_\_\_\_\_

b) Vedd a kezvedbe, és tanítód jelzésére mutasd föl azt a rudat, amelyik 1 harmadot, 1 kettedet, 1 negyed, 1 hatodot, 1 tizenkettedet ér!

c) Érjen most a piros rúd 1-et! Olvasd le, hogy melyik rúd mennyit ér!

1 rózsaszín rúd hossza \_\_\_\_\_ 1 lila rúd hossza \_\_\_\_\_  
 1 fehér rúd hossza \_\_\_\_\_ 1 zöld rúd hossza \_\_\_\_\_

## Konstruálások, transzformációk

A különféle konstruálási feladatok közül a testes építőelemekből történő térbeli építések során is lehetőség van a színesrúd-készlet használatára. Az építmények készülhetnek szabadon, másolással vagy feltételek szerint is. Az építés történhet kótás alaprajz segítségével. A kis fehér kockákból készülő építmény alaprajza egy 1 cm oldalú négyzetrácsból, amelynek négyzeteiben lévő számok azt mutatják, hány kis kockát kell egymásra helyezve tornyot építeni (12. ábra). Egy adott építmény kótás alaprajza és az építményről készült ábra azonosítása előkészíti a perspektív ábrák értelmezését (C. Neményi, 2007b).

Az építésen túl a 12. ábra feladata az egybevágóság szemléletes tartalmát is érzékelteti, hiszen a különböző rudakból elkészített építmények alakja és mérete is megegyezik az eredetivel.

### 12. ábra

#### Konstruálások

(Forrás: C. Neményi et al., 2020c, p. 181)

**16.** Laci egy alaprajzon kiskockákból épített. Ezt másolta le többféleképpen más rudakból.

Te is építs az alaprajzokon a kiskockákkal! Válaszd ki valamelyik építményedet! Másold le másféle rudakkal!

3	2	1	1
2	1		1
2			

4	2	2	2
	2	1	
	2		

Mondd el a társaidnak, hogyan épült az, amit más rudakból is megépítettél! Sikerült kitalálniuk, hogy melyik építményről beszélsz?

Az építmények készítése különböző színes rudakból további tapasztalatszerzésre is alkalmas. Megfigyelhetők különféle változások az eredeti építményhez képest, azok megfogalmazása segíti a megértést, továbbá hozzájárul a kicsinyítés és a nagyítás (hasonló építmények) szemléletes értelmezéséhez (13. ábra).

### 13. ábra

#### Konstruálások, hasonlóság

(Forrás: C. Neményi et al., 2020d, p. 49)

**14.** Csoportokban dolgozzatok! Építétek meg ezt az építményt magatok előtt! Ezen változtatunk:

a) b) c) d)

Építétek meg ezeket is!

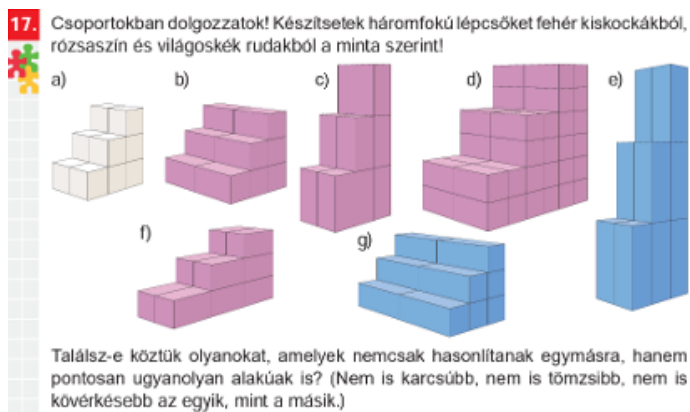
Fogalmazzatok meg, melyik építmény hogyan változott az eredetihez képest! Melyikre mondhatjuk, hogy hasonló az eredetivel? Vitassátok meg!

A rudak alkalmazása az egybevágóság és a hasonlóság mellett további transzformációk tapasztalati úton történő felfedezését is elősegíti. A 14. ábrán látható feladatban a diákok számára megfigyelhetővé és könnyen megfogalmazhatóvá válik a nyújtás és a zsugorítás fogalma, a nyújtott és zsugorított építmények tulajdonságai.

#### 14. ábra

*Konstruálások, nyújtás, zsugorítás*

(Forrás: C. Neményi et al., 2020d, p. 50)



#### *Szöveges feladatok, szakaszos ábrázolás*

Alsó tagozaton a szöveges feladatok egyrészt a műveletek értelmezéséhez kapcsolódva, másrészt a diákok problémamegoldó gondolkodásának fejlesztése érdekében, a modellalkotás területén jelennek meg. A szöveges feladatok szöveggel vagy részben szöveggel adott problémát írnak le, ami valamilyen matematikai modell segítségével oldható meg. Sokféle modellel találkozhatnak a diákok alsó tagozaton. Modell lehet például valamilyen tevékenység, kép, adatok egymáshoz való viszonyának ábrázolása, művelet, műveletsor, számegyenesen való megjelenítés, egy elvontabb ábra, grafikon, egy nyitott mondat, egy sorozat (C. Neményi & Szendrei, 2007).

A feladat szövegéhez illeszkedő színes rudakkal történő kirakás segíthet abban a diákoknak, hogy értelmezzék a feladatot és megoldják azt. Emellett az elvontabb ábrák közé tartozó szakaszos ábrázolás bemutatásához is alkalmas eszközök lehetnek a rudak. Ezt a modellt eleinte hosszúságokról szóló problémák esetében célszerű alkalmazni, amikor a szakasz hossza kapcsolatba hozható a szöveggel. Később olyankor is alkalmas modell lehet, ha a feladatban szereplő számok darabszámok (15. ábra) vagy más mennyiségek mérőszámai.


## 15. ábra

### Szöveges feladat matematikai modellje

(Forrás: C. Neményi et al., 2020c, p. 18)

15. Vincének egy doboz filctolla van. Dórinak kettővel több ugyanilyen doboza. Rakd ki színes rudakkal Vince dobozát és Dóri dobozait!  
Milyen rudakat használtál?  
Válaszolj a kérdésekre szóban a kirakásod alapján!

- Ha Vincének 16 db filctolla van, akkor Dórinak mennyi?
- Ha Vincének 16 db filctolla van, mennyivel több van Dórinak?
- Ha Dórinak 54 filctolla van, mennyi van Vincének?
- Ha egy dobozban 25 filctoll van, mennyi van Vincének, és mennyi Dórinak?
- Hányszor annyi filctolla van Dórinak, mint Vincének?
- Hány filctolla van a két gyereknek összesen? Hogyan fogalmaznád meg?



## Befejezés

A tanulmányban igyekeztünk megmutatni, hogy a színesrúd-készlet az alsó tagozatos matematikatanításban olyan sokoldalúan alkalmazható taneszköz, amely hatékonyan támogatja a tapasztalati tanulást és a fogalmi megértés kialakulását. A bemutatott példák rávilágítanak arra, hogy a rudakkal végzett tevékenységek nem csupán szemléltető szerepet töltenek be, hanem aktív gondolkodási folyamatokat indítanak el: a tanulók összehasonlítanak, rendszereznek, kísérleteznek, következtetéseket vonnak le, és saját tapasztalataikra építve alakítják ki matematikai ismereteiket.

A színesrúd alkalmazása jól illeszkedik a felfedezettő matematikatanítás szemléletéhez és a Varga Tamás nevéhez köthető komplex matematikatanítási koncepcióhoz. Az eszköz lehetőséget teremt arra, hogy a tanulók a matematikát összefüggő rendszerként tapasztalják meg, amelyben a különböző tartalmi területek – például relációk, számfogalom, műveletek, mérés, arányosság, törtek, geometria és problémamegoldás – természetes módon kapcsolódnak egymáshoz. A konkrét tevékenységekre épülő tanulási folyamat elősegíti az absztrakció fokozatos kialakulását.

A színesrúd-készlettel végzett tevékenységek során természetes módon jelennek meg a tanulók eltérő megoldásai és gondolkodási stratégiái. Ezek a különbségek nem igényelnek külön feladatki alakítást, mégis jól érzékelhetővé teszik a tanulók matematikai gondolkodásának aktuális szintjét. Az alsó tagozatos tanításban ez különösen értékes, hiszen ebben az életkorban a tanulók előzetes tapasztalatai és fejlődési üteme jelentős eltéréseket mutathat.

Összességében megállapítható, hogy a színesrúd-készlet nem csupán hagyományos szemléltető eszköz, hanem a tevékenység alapú, felfedezettő matematikatanítás egyik meghatározó támogatója. Tudatos és rendszeres alkalmazása hozzájárulhat ahhoz, hogy a matematika a tanulók számára érthetőbbé, élményszerűbbé és értelmezhetőbbé váljon, miközben megalapozza a

későbbi matematikai tanulmányokhoz szükséges stabil fogalmi rendszert és gondolkodási képességeket.

További kutatási irány lehet annak vizsgálata, hogy a nemzetközi gyakorlatban milyen példák vannak az eszköz használatára, milyen módon fejlesztették tovább az ezzel kapcsolatos módszertant. Egy másik kutatási irány lehet annak feltárása, hogy a mindennapi tanítási gyakorlatban miért nem vált általánossá a színesrudak használata. Továbbá érdekes lenne annak összegzése is, hogy milyen korlátai vannak a készlet használatának, illetve hol van az a pont a matematika tanulásában, az absztrakció folyamatában, ahol érdemes elhagyni a készletet.

### Köszönetnyilvánítás

A tanulmány az MTA Közoktatás-fejlesztési Kutatási Program támogatásával valósult meg.

### Irodalom

- Athanasekou, M. & Zagorianakos, A. (2026). Modern Art Meets Early Math: Cuisenaire Rods, Neuroscience, and Project-Based Learning in the Preschool Atelier. In Athanasekou, M. & Zagorianakos (Eds.), *A. Project-Based Learning, Competency-Based Assessments, and Experiential Education for Modern Learners* (pp. 259–286). IGI Global Scientific Publishing. <https://doi.org/10.4018/979-8-3373-4957-2.ch009>
- Artigue, M., Bosch, M., Doorman, M., Juhász, P., Kvasz, L. & Maass, K. (2020a). Kutatásalapú matematikaoktatás és tanulási pályák fejlesztése. *Teaching Mathematics and Computer Science*, 18(3), 63–89. <https://doi.org/10.5485/TMCS.2020.0505>
- C. Neményi, E. (2007a). *A természetes szám fogalmának alakítása*. Budapesti Tanítóképző Főiskola.
- C. Neményi, E. (2007b). *Geometria tananyag és a geometria tanulása az alsó tagozaton*. ELTE Tanító- és Óvóképző Főiskolai Kar.
- C. Neményi, E. (2006). *Relációk, függvények, sorozatok; A törtszám; A negatív szám*. ELTE Tanító- és Óvóképző Főiskolai Kar.
- C. Neményi, E. (2017). *Relációk*. ELTE Tanító- és Óvóképző Kar.
- C. Neményi, E., Oravecz, M. & Móricz, M. (2020a). *Építsük fel! MATEMATIKA GYŰJTEMÉNY 1. osztály*. Oktatási Hivatal.
- C. Neményi, E., Oravecz, M. & Móricz, M. (2020b). *Építsük fel! MATEMATIKA GYŰJTEMÉNY 2. osztály*. Oktatási Hivatal.
- C. Neményi, E. & Szendrei, J. (2007). *Szöveges feladatok*. ELTE Tanító- és Óvóképző Főiskolai Kar.
- C. Neményi, E., Weber, A., Konrád, Á. & Móricz, M. (2020a). *Építsük fel! MATEMATIKA GYŰJTEMÉNY 3. osztály*. Oktatási Hivatal.

- C. Neményi, E., Wéber, A., Konrád, Á. & Móricz, M. (2020b). *Építsük fel! MATEMATIKA GYŰJTEMÉNY 4. osztály*. Oktatási Hivatal.
- Dancs, G. (2021). A matematikus abszolút pedagógusról, Varga Tamásról. In Kiss, E., Trencsényi, L. & Hudra, Á. (Eds.), *Abszolút pedagógusok. Új szempontok a XX. századi értelmiségtörténet kutatásához. Kaleidoscope könyvek (5)* (pp. 238–252). LÉTRA Alapítvány – Magyar Pedagógiai Társaság, Budapest. <https://doi.org/10.32558/abszolut.2021.24>
- Gelman, R. & Gallistel, C. R. (1978). *The Child's Understanding of Number*. Harvard University Press.
- Gosztonyi, K. (2020). Varga Tamás reformmozgalma és a magyar „irányított felfedezés” megközelítése. *Matematika és számítástechnika tanítása, 18(3)*, 11–28. <https://doi.org/10.5485/TMCS.2020.0475>
- Halmos, M. & Varga, T. (1978). Változások a matematikaoktatásban az 1950-es évek vége óta – elképzelések és megvalósítás Magyarországon. *Oktatástudományi Matematika, 9(2)*, 225–244.
- Kiss, A. (2022). Komplex matematikaoktatás: Integrált és kutatásalapú matematikaoktatási módszer. *Can. J. Sci. Math. Techn. Educ.* 22, 758–772. <https://doi.org/10.1007/s42330-022-00250-1>
- Matematika kerettanterv 1–4. évfolyam (2020). [https://www.oktatas.hu/kozneveles/kerettantervek/2020\\_nat/kerettanterv\\_alt\\_isk\\_1\\_4\\_evf](https://www.oktatas.hu/kozneveles/kerettantervek/2020_nat/kerettanterv_alt_isk_1_4_evf) [2026.01.18.]
- Piaget, J. (1970). *Science of education and the psychology of the child*. Orion Press.

---

## What is the coloured rod set used for? – Examples from everyday practice

The coloured rod set is a manipulative teaching tool that effectively supports the development of the mathematical thinking of children in preschool and early primary school. In Hungary, the use of the set was introduced by mathematics educator Tamás Varga, who adapted it with minor modifications to fit national pedagogical practice. As a result of his work, the coloured rod set became a key tool for playful, experiential learning and a teaching approach that progresses from the concrete to the abstract. Coloured rods continue to be an integral part of lower primary mathematics education today; they appear in teacher education programmes, curricular recommendations, and the methodological materials of contemporary textbooks. Their use aligns well with differentiated and discovery-based learning, as they support the understanding of mathematical concepts through hands-on experiences. The rods are suitable, among other things, for illustrating relations, deepening number sense and the concept of numbers, interpreting fractions and proportionality, and exploring basic arithmetical operations and their properties. In addition, they can contribute to the development of geometrical thinking through, for example, construction tasks and activities involving geometric shapes. This study explores the possibilities of using the coloured rod set in lower primary mathematics education through practical examples, with particular emphasis on supporting experiential learning and conceptual understanding.

### Keywords:

coloured rod set, mathematics education, lower primary school