

A GNSSnet.hu permanens állomáshálózat koordinátáinak újraszámítása ITRF2020 alapokon

TÓTH Sándor^{1, 2}, KENYERES Ambrus¹

¹Lechner Nonprofit Kft., Kozmikus Geodéziai Observatórium

²Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Építőmérnöki Kar, Általános- és Felsőgeodézia Tanszék

E-mail: ambrus.kenyeres@lechnerkozpont.hu

[DOI: 10.30921/GK.78.2026.2.1](https://doi.org/10.30921/GK.78.2026.2.1)

Absztrakt

A Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszer (ITRS) legújabb ITRF2020 kerethálózati megoldása 2022 év végén került publikálásra. A meghatározásába bevont műholdas helymeghatározásból (GNSS) származó több évtizednyi adat újrafeldolgozási módszertana számos továbbfejlesztett modellen és finomított paraméterkészleten alapul. Ezek közül kiemelendő egyrészt az egyedi antennamodellek helyett a frissített típus antennamodellek használata, másrészt a több-műholdas rendszer (GPS, GLONASS, Galileo) mérési adatainak egységes feldolgozása. A kerethálózat mellett, ezen új feldolgozási alapelvek megjelentek a hazai GNSSnet.hu állomáshálózat rendszeres napi szintű, tudományos igényű koordináta meghatározásaiban is, illetve 2006-ig visszamenően megtörtént a hálózat majd két évtizednyi mérési anyagának újrafeldolgozása is. A napi hálózati megoldások normálegyenleteinek összegzése szolgáltatja a végleges, egy referencia epochára vonatkoztatott, kombinált állomáskoordináta és sebesség megoldást. A normálegyenletek ranghiányának feloldása és egyúttal az ITRF2020-hoz való illesztése, minden esetben a feltétlenül szükségesnél nem nagyobb számú kényszerfeltétellel történt. Az eredmények értékelésének részét képezte az EPN (European Permanent Network) legfrissebb hálózati megoldásával (C2370) való összevetés. A két megoldás között számított Helmert-transzformáció paraméterei közül az eltolások maximum 4.9 mm, míg az elforgatások maximum 0,212 milliszögmásodperc értékűek, amelyek a hálózatok elhelyezésének és tájékozásának összhangját támasztják alá. A transzformáció utáni koordináta maradék ellentmondások milliméter körüliek és szabályos hibától mentes térbeli mintázatot mutatnak. Valamennyi napi megoldás és a végleges kombinált eredmény közötti koordináta eltérésekből számítható súlyozott négyzetes közép (RMS) értékek vízszintesen 1-2 mm, míg magassági értelemben 3-5 mm előzetesen várt nagyságrendűek. Az ETRS89-ETRF2000 rendszerbe transzformált eredményekkel előbb 2025-ben, majd a kombinálást még egy évnnyi adattal kiegészítve második alkalommal 2026 februárjában frissültek az állomások koordinátái. A 2025 előtti koordináta megoldással összevetve az átlagos koordináta eltérések centiméteres nagyságrendűek, amely eltérések elsődlegesen az új, fejlesztett feldolgozási módszertan és így a pontosabb hálózati megvalósítás eredményei. A 2026-os frissítés átlagosan vízszintesen 1 mm, míg magassági értelemben 2 mm-es koordináta váltásokat eredményezett. Felhasználói szempontból a koordináta frissítések mértéke valós idejű helymeghatározásnál a gyakorlati pontossági követelményeken belül marad. A hálózatra támaszkodó, a 2025-ös koordináta váltás előtt megkezdett, hosszútávú, centiméter alatti pontosságú helymeghatározási feladatok esetén (pl.: utófeldolgozáson alapuló mozgás- és geodinamikai vizsgálatok) indokolt lehet a megkezdett feldolgozás felülvizsgálata.

Abstract

Published in 2022, ITRF2020 is the most recent realisation of the International Terrestrial Reference System (ITRS). The GNSS (Global Navigation Satellite System) contribution to ITRF2020 was derived from the International GNSS Service (IGS) reprocessing (Repro3) campaign, which introduced multi-GNSS processing, updated type mean antenna calibration models and other refined environmental modelling. These improved models and strategies are implemented in the daily processing of the Hungarian GNSSnet.hu station network. To fully exploit these improvements, the complete observation dataset of the network starting from 2006 to 2022 was also reprocessed using the ITRF2020/IGS Repro3 standards. The generated daily network solutions (from 2006 initially up to 2024 and subsequently up to 2026) were combined through normal equation stacking to derive a consistent long-term realization of station coordinates and velocities. The datum definition was established using a minimum-constraints approach based on selected reference stations and a no-net-translation condition with respect to ITRF2020. The resulting coordinate and velocity solution was validated against the latest European Permanent Network (EPN) combined solution (C2370). The estimated Helmert transformation parameters between the two solutions are statistically insignificant, indicating excellent agreement in network origin, orientation, scale, and station velocity realization. Residuals are typically at the millimetre level and show no systematic spatial patterns. The time series

of weighted root mean square (RMS) values derived from daily, and the combined solution exhibited the expected behaviour, with horizontal components remaining at the 1-2 mm level and the vertical component at 3-5 mm. The reprocessing results were introduced into operational service through station coordinate updates in ETRS89-ETRF2000 published in 2025 and 2026. While coordinate differences relative to the prior 2025 published values reached the centimetre level at some stations, these changes primarily reflect the adoption of the improved ITRF2020/Repro3 processing standards. From the perspective of the user, the magnitude of the coordinate updates remains within the practical accuracy requirements for real-time positioning. In the context of long-term position monitoring applications based on the network, users may pay close attention to the coordinate offsets caused by the updates.

1. Bevezetés, háttér

A modern térbeli geodéziai vonatkoztatási rendszereink alapját a műholdas technológiák jelentik. A több évtizedes múltta visszatekintő megoldás szerint az SLR (Satellite Laser Ranging), a VLBI (Very Long Baseline Interferometry), a GNSS (Global Satellite Navigation Systems) és a DORIS (Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite) technikák hosszútávú mérési sorozatainak integrálásával áll elő az ITRS (International Terrestrial Reference System) aktuális megvalósítása, azaz valamelyik ITRF kerethálózati megoldás (International Terrestrial Reference Frame) koordinátasora. Míg az SLR a keretrendszer kezdőpontjának és részben méretarányának, a VLBI elsősorban a méretarányának definiálását adja, addig a GNSS az IGS (International GNSS Service) hálózatán keresztül a többi műholdas technológiától lényegesen nagyobb pontsűrűség mellett az ITRF-y könnyű és általános elérését teszi lehetővé (yy a megoldásba bevont mérési adatok utolsó éve).

Az ITRS megvalósításait kezdetektől Zuheir Altamimi vezetésével a ITRS Központ végzi és az eredményeket az IERS (International Earth Rotation and Reference Systems Service) teszi közzé. Az ITRS-nek eddig 13 megvalósítása került publikálásra az ITRF88-tól az ITRF2020-ig (1. táblázat). Gyakorlati szempontból egy kerethálózati megoldás egy olyan koordináta-jegyzéket jelent, amely a hálózatot alkotó állomások koordinátái mellett, azok lineáris mozgását leíró sebesség adatokat tartalmazza. Az ITRF2020 esetében első alkalommal, ez kiegészül a nemlineáris szezonális elmozdulások leírására szolgáló együtthatókkal, valamint földrengéssel érintett állomások esetén a posztseizmikus deformációs modell paramétereivel (Altamimi 2016, 2023a).

Az ITRF2020 esetében a koordináta-rendszer origójának pontossága (± 5 mm és 0.5 mm/év időbeli változás), valamint az SLR és VLBI rendszerek által meghatározott méretarányok 1-2 mm-es összehangja azt mutatja, hogy a számításokhoz és az adatfeldolgozáshoz használt modellek kidolgozottsága már olyan szintű, hogy az az új megvalósítás érvényességét hosszú időtávon biztosítani tudja (Altamimi et al. 2023a). Annak érdekében viszont, hogy a 2020-at követő időszak növekvő extrapolációs hibáját csökkentsék, továbbá, hogy az egyes referenciaállomások helyzetében később bekövetkező változásokat (például földrengések vagy műszereszerék miatt) figyelembe vegyék, a megoldást 2023-at követően, új mérési anyaggal, nagyságrendileg évente frissítik. Ennek megfelelően eddig kettő újabb változat az ITRF2020-u2023 és az ITRF2020-u2024 került publikálásra. Mivel az origó helyzete és a hálózat tájékozása a frissített és az eredeti ITRF2020 között változatlan

(mind a hét Helmert-transzformációs paraméter zérus), ezért a frissítések nem tekinthetők önálló új ITRS megvalósításoknak.

Táblázat 1. Az ITRS eddigi kerethálózati megoldásai

ITRS kerethálózat	Érvényesség [GPS hét]	Bevezetés időpontja
ITRF88	0512 – 0586	1989.11.01
ITRF89	0587 – 0620	1991.04.01
ITRF90	0621 – 0664	1991.12.01
ITRF91	0665 – 0729	1992.10.01
ITRF92	0730 – 0781	1994.01.02
ITRF93	0782 – 0859	1995.01.01
ITRF94	0860 – 1064	1996.06.30
ITRF97	1065 – 1142	2000.06.04
ITRF2000	1143 – 1399	2001.12.02
ITRF2005	1400 – 1631	2006.11.05
ITRF2008	1632 – 1933	2011.04.17
ITRF2014	1934 – 2237	2017.01.29
ITRF2020	2238 – 2351	2022.11.27
ITRF2020-u2023	2352 – 2400	2025.02.02
ITRF2020-u2024	2401 –	2026.01.11

Bizonyos esetekben két egymást követő ITRF megoldás között a különböző műholdas technológiák modellezési lehetőségei és feldolgozási paraméterei olyan szinten finomodnak és változnak, hogy azok megkövetelik az elérhető teljes mérési anyag újrafeldolgozását (angolul Reprocessing vagy röviden Repro), ezzel javítva az adatok összhangját és minőségét. Más esetekben csupán a kerethálózati megoldások között keletkező új mérési anyag kiértékelése történik. A globális IGS hálózat teljes mérési anyagát harmadik alkalommal (Repro3), az ITRF2020 előkészítéseként dolgozták fel.

Az IGS Repro3 esetében a GNSS adatok elemzésének és a paraméterek becslésének folyamata számos újítást foglalt magában. Többek között ilyen a GPS, GLONASS és Galileo műholdrendszerek elérhető adatainak teljes körű feldolgozása, a típusközép (type mean) antenna modellek használata, vagy éppen az északi iránytól eltérően orientált antennák fáziscentrum korrekcióinak megfelelő elforgatása is. Emellett korszerűbb modellek kerültek alkalmazásra a troposzféra okozta késleltetések leképezésére (VMF3 - Vienna Mapping Function 3), illetve az óceánok és tengerek árapály okozta tömeg-átrendeződés rugalmas földkéregre gyakorolt hatásának leírására (Reibschung et al. 2024).

Az új korszerű modelleket és konvenciókat az európai EUREF Permanent Network (EPN) is átvette, és az ITRF2020 publikálásával egyidőben, a 2238. GPS héttől kezdődően előírta azok használatát az európai kontinensre koncentrált állomáshálózat esetében. Az EPN Analízis Központjai ezen egységes konvenciók és modellek alapján végzik a hálózat egyes részeinek rutin feldolgozását. Annak érdekében, hogy a feldolgozáshoz használt modellek és paraméterek változása ne eredményezzen mesterséges ugrásokat az állomások koordináta-idősoraiiban, az EPN Repro3 keretében a teljes európai GNSS mérési archívumot is az ITRF2020-ra támaszkodva ismételt feldolgozták. A többéves munka, amelyben a Kozmikus Geodéziai Observatórium (KGO) is részt vett, 2025-ben zárult le (Völksen et al. 2026).

A KGO Analízis Központ az EPN hálózatdarabja mellett a hazai GNSSnet.hu permanens állomáshálózat mérési adatainak napi rutin feldolgozását is végzi. Az EPN-nel összehangban a feldolgozás a 2238. GPS héttől az IGS által alkalmazott korszerű modellekre és konvenciókra épül. A feldolgozási stratégia fejlődéséből adódó lehetőségek kihasználása érdekében, a hazai adatok esetében is megtörtént egy teljes újrafeldolgozás (Repro3). Ennek során a napi mérési archívum a 1400. GPS héttől (2006 év vége) a 2237. GPS hétig (az ITRF2020 bevezetéséig) ismételt feldolgozásra került. Az eredményeket előbb a 2340. GPS hétig (2024 év vége), majd a 2399. GPS hétig (2026 év eleje) terjedő újabb feldolgozásokkal kiegészítve került sor a teljes, közel két évtizednyi mérési anyag végleges kiegyenlítésére. Az így meghatározott koordinátákkal előbb 2025, majd 2026 februárjában frissültek a jelenlegi aktív permanens állomások az RTK szolgáltatásban és a pontleírásokon.

Fontos hangsúlyozni, hogy az új koordináták bevezetése nem érinti a hazai geodéziai vonatkoztatási rendszerek definícióját. A változás csupán a korszerűbb modellekre és konvenciókra való átállást, valamint a – bővülő mérési adatoknak köszönhető – további pontossági javulást tükrözi.

A cikk további részében a feldolgozott hálózatot, az alkalmazott feldolgozási módszertant, annak matematikai hátterét, a nemzetközi vonatkoztatási rendszerek hazai vonatkozásának témakörét, valamint az elért eredményeket ismertetjük.

2. A hálózat tulajdonságai

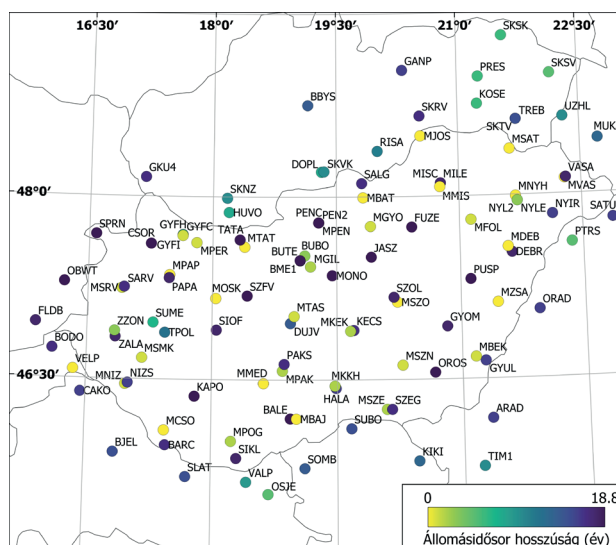
A hazai aktív GNSS hálózat kiépülése PENC állomás beüzemelésével 1996 márciusában kezdődött. A folyamat egy nagyobb időugrással 2000-2001-ben BUTE (Budapest) és OROS (Orosháza), egy évvel később NYIR (Nyírbátor), majd 2003-ban SZFV (Székesfehérvár) állomás elindításával folytatódott. A geodéziai infrastruktúra a követő két évben további nyolc állomással egészült ki, majd 2006-tól kezdődően jelentősebb léptékű bővüléssel érte el végleges formáját, megteremtve a GNSSnet.hu permanens állomáshálózatot. Éppen ezért a 2006-os esztendő, az első jelentősebb állomásszámot magában foglaló év, képezi a hazai újrafeldolgozás kezdődátumát.

A GNSSnet.hu állomások mellett az újrafeldolgozásba több külföldi, köztük IGS permanens állomás megfigyelései is bevonásra kerültek annak érdekében, hogy javuljon a hálózat geometriai stabilitása és biztosított legyen a ITRF2020 keretekhez való megfelelő kapcsolódás. Köszönhetően az alkalmazott feldolgozási eljárásnak – a hagyományos geodéziai gyakorlattól eltérően – könnyedén kialakíthatóak akár több ezer km hosszú bázisvonalak is. Éppen ezért a hálózatnak része minden környező IGS állomás, amelyek geofizikai stabilitása biztosított (1. ábra).

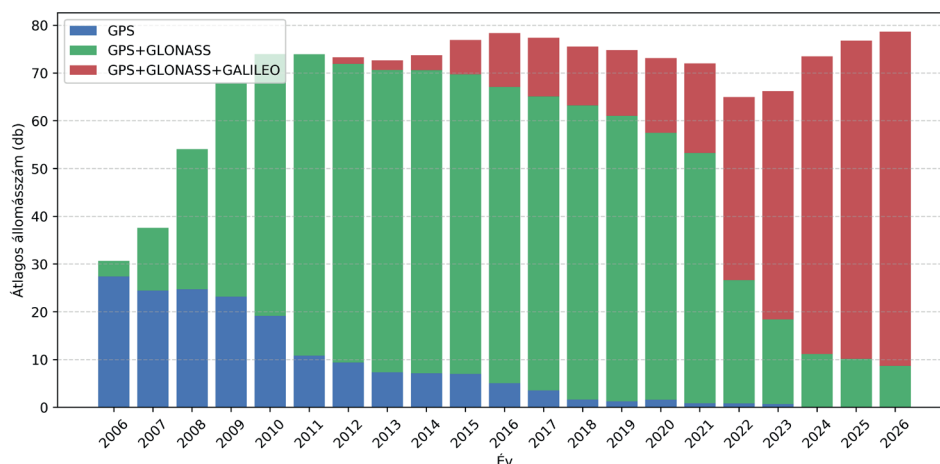


1. ábra A feldolgozott állomáshálózat pontjai pirossal. A kék karikák az IGS állomások helyét jelölik, melyek közül 13 db része a feldolgozásnak

A majd két évtizednyi intervallumot lefedő feldolgozásban összességében 126 darab állomás vett részt. Ezen állomások közül 13 az IGS-, míg átfedéssel 25 darab az EPN hálózatnak is a része. A hazai és környező országok állomásainak észlelési időtartalmát a 2. ábra mutatja be, ahol a pontjelölések színárnyalatai a mérési adatok hosszára vonatkoznak.



2. ábra A feldolgozásba bevont hazai és környező országokbeli állomások észlelési időtartamának hosszúsága



3. ábra A feldolgozás átlagos állomásszáma és a műholdas rendszerek észlelési arányának alakulása

A hosszabb időszorral rendelkező, folyamatosan üzemelő állomások kulcsszerepet játszanak a trendszerű elmozdulásokat leíró sebességek megbízható becslésében és a referenciarendszer stabil megvalósításában. Ezzel szemben a rövidebb idősorú állomások egyelőre a hálózat geometriai megerősítéséhez és sűrítéséhez járulnak hozzá.

A feldolgozásba bevont állomások átlagos számának és a különböző műholdas rendszerek (GPS, GLONASS, Galileo) észlelési arányának évenkénti alakulását a 3. ábra szemlélteti. Ezen megfigyelhető, hogy a hálózat mérete az idő előrehaladtával 2010-ig fokozatosan növekedett, majd ezt követően átlag 70 darab körül váltakozott.

A több műholdrendszeres megfigyelések arányának változása szintén jól követhető. Míg a korai időszakban a feldolgozás túlnyomórészt GPS megfigyelésekre támaszkodott, később fokozatosan megjelentek a GLONASS, majd a Galileo rendszerből származó mérések is. A több GNSS rendszer használatának előnye, hogy növeli a feldolgozható észlelések számát, javítja a műholdgeometriát, így végső soron a megbízhatóságot. Ugyanakkor ez az adatvolumen jelentős növekedésével is együtt jár, amely a feldolgozás számítási igényét jelentősen növeli.

3. GNSS feldolgozás

A napi GNSS hálózati feldolgozás alapvető bemenő adatai a műholdak és az állomásokon elhelyezett vevők között végzett kód- és fázismérések, valamint a műholdak precíz pályaadatokai és a földforgási paraméterek (2. táblázat). Ezekből a megfigyelésekből kerülnek becslésre a feldolgozás ismeretlen paraméterei, többek között az állomások koordinátái, a ciklustöbbsértelműségek, a troposzférikus késleltetés paraméterei, valamint a vevő- és műholdórák javításai.

Az adatok feldolgozása a mérési állományok minőségellenőrzésével kezdődik. Ennek során történik meg a hibás vagy hiányos megfigyelések detektálása, valamint egy kód mérésen alapuló előzetes abszolút helymeghatározás, amely elsősorban a durvahibák szűrését szolgálja. Ezt követően kerül

sor az állomáspárok kiválasztására és a bázisvonal hálózat kialakítására. A differenciális feldolgozás során a megfigyelésekből először egyszeres, majd kétszeres különbségek képződnek, amelyek lehetővé teszik a mérési hibák további szűrését, valamint a műhold- és vevő órahibák kiküszöbölését. A kétszeres különbségekből előbb egy előzetes hálózati megoldás készül, majd a fázismérések ciklustöbbsértelműségeinek feloldását követően kerül sor a végleges hálózati kiegyenlítésre és az ismeretlen paraméterek meghatározására.

Táblázat 2. A napi feldolgozás paramétereinek főbb jellemzői

Paraméter	Leírás
Bemenő mérési adatok	kód- és fázistávolságok
Formátum	24 órás RINEX 2 és RINEX 3
Műholdas rendszerek	GPS, GLONASS, GALILEO
Kitakarási szög	3°
Mintavételezési intervallum	30 s
Közvetett/levezt mérési eredmények	Egyszeres-, kétszeres különbségek, L5, L3, L6 lineáris kombinációk
Állomás- és műhold antenna fáziscentrum (PCO, PCV) modell	Abszolút antenna fáziscentrum modell (igs20.atx), az állomások esetében a radome típus figyelembevételével.
Troposzféra	A feldolgozás során állomásonként órás felbontású zenit irányú troposzféra késleltetés (ZTD) kerül becslésre, VMF3 leképezési függvényrel.
Ionoszféra	A ciklustöbbsértelműség feloldásához CODE (Center for Orbit Determination in Europe) ION modell.
Óceáni tömegterhelés hatása	FES2014b modell
Atmoszférikus árapály	Nem alkalmazzuk
Földkéreg árapály	IERS 2010 Egyezmény szerint
Műholdpálya- és óra adatok	Végleges (final) CODE adatok
Földforgási paraméterek	A pályával konzisztens CODE adat
Geopotenciál modell	EGM2008
Vonatkoztatási kerethálózat	ITRS-ITRF2020
Szoftver	Bernese 5.4

4. Paraméter becslés

A GNSS megfigyelésekből felírt legkisebb négyzetes kiegyenlítési feladat normál egyenletrendszere általánosan az 1. egyenlet alakjában írható fel.

$$N(x_i - x_0) = n \quad (1)$$

Az egyenletben $N = A^T P A$ ($m \times m$) a normálmátrix, x_i ($m \times 1$) az i -edik napi feldolgozás ismeretlen paramétereinek (elsősorban a napi állomáskoordinátáknak) a vektora, x_0 ($m \times 1$) azok előzetes értékei, míg $n = A^T P l$ ($m \times 1$) a megfigyelésekből származtatott tag. Az A alakmátrix a közvetítő egyenletek ismeretlen paraméterekre vonatkoztatott parciális deriváltjait (Taylor-sor elsőrendű tagjait) tartalmazza, míg az l tisztatag vektor a mérési eredmények és azok matematikai modellből számított értékeinek (Taylor-sor konstans tagjai) különbségét tartalmazza, P ($n \times n$) pedig a súlymátrix.

Mivel a GNSS technika önmagában csak relatív geometriát határoz meg, a rendszer ranghiányos, vagyis N rangja kisebb a meghatározandó paraméterek m számánál (Sillard–Boucher 2001). Geometriai értelemben ez azt jelenti, hogy a hálózat abszolút helyzete a mérési eredményekből közvetlenül legfeljebb csak a műholdpályák pár centiméteres pontosságával határozható meg. Ennek következtében a megoldás egy szabad hálózatként értelmezhető, amely csak a pontok egymáshoz viszonyított helyzetét határozza meg.

A ranghiány feloldása bármely állomás előzetes koordinátáinak megkötése helyett, a hazai kiegyenlítési irodalomból ismert IV. kiegyenlítési csoport alapján, a feltétlenül szükségesnél nem nagyobb számú kényszerfeltétellel (angolul minimum constraints) történik. Ennek lényege, hogy r darab kiválasztott állomás esetében a hálózati megoldásból kapott $\hat{X}$ ($3r \times 1$) és az ITRF2020 megvalósításból ismert X ($3r \times 1$) koordináták közötti Helmert-transzformáció bizonyos (eltolás, forgatás vagy méretarány) paramétereit zérus (vagy súlyok felvételével ahhoz közeli) értéként megköjtük (Kotsakis 2013, 2018). Megjegyzendő, hogy $X = X(t) + \dot{X}(t - t_0)$, azaz az állomások ismert $\dot{X}$ sebességével a t_0 központi epocháról, a feldolgozás t epochájára számított koordináta értékeket jelent. A két koordinátahalmaz közötti kapcsolatot kis forgatási szögek feltételezése mellett lineáris alakban a 2. egyenlet írja le.

$$\hat{X} = X + B\xi \quad (2)$$

Az egyenletben ξ (7×1) a transzformáció paramétereinek a vektora, míg B ($3r \times 7$) a kiválasztott állomásonként egymás alá rendezett Helmert-transzformáció egyenleteinek a Jacobi-mátrixa. Az egyenletnek az ismeretlen paraméterek szerinti megoldása a 3. egyenlet szerint történik.

$$\xi = (B^T B)^{-1} B^T (\hat{X} - X) \quad (3)$$

Amennyiben azt szeretnénk, hogy a kiválasztott állomások esetében valamennyi transzformációs paraméter zérus legyen, akkor bevezetve a $H = (B^T B)^{-1} B^T$ ($7 \times 3r$) jelölést a következő kényszerfeltételt írhatjuk fel: $H(\hat{X} - X) = 0$. Mivel azonban a kiegyenlítés ismeretlen paraméter vektora x nemcsak az r darab

kiválasztott állomás koordinátáit tartalmazza, a H mátrixot a nem referenciaállomások koordinátáihoz tartozó oszlopokban nullákkal egészítjük ki. Így a teljes rendszerre ($m \times m$) vonatkozó kényszerfeltételi egyenlet $H(x_i - x_0) = 0$ alakú lesz.

Végezetül a normál egyenletrendszer a kényszerfeltételekkel kiegészítve a 4. egyenlet alakjában írható fel.

$$(N + H^T H)(x_i - x_0) = n \quad (4)$$

Az egyenletnek így már képezhető az inverze (teljes rang), miközben a meghatározott hálózat belső geometriája változatlan marad (Altamimi 2003).

Érdemes megjegyezni, hogy a bemutatott módszer alkalmazásakor nem szükséges minden Helmert-transzformációs paraméterre kényszer felírni. Jelen feldolgozásban csak a három eltolási paraméter került megkötésre, ami az ún. „no-net-translation” feltételt jelenti. Ez különösen regionális GNSS-hálózatok esetében indokolt, amikor a hálózat tájékozását és méretarányát a műholdpályák és a feldolgozás során használt modellek már megfelelően meghatározzák, míg a hálózat abszolút helyzete továbbra is bizonytalan (Dach et al. 2015).

5. Állomások koordináta- és sebesség értékeinek számítása

A napi megoldások pontos pillanatképet adnak a hálózat állapotáról, azonban a hosszútávú folyamatok jellemzéséhez ezen eredmények konzisztens összekapcsolása szükséges. Ehhez az elméleti háttér az a szekvenciális kiegyenlítés témaköréhez tartozó, számos szerző (Detrekői 1991, Koch 1999) által bizonyított tétel szolgáltatja, hogy egy nagy, egyszeri globális kiegyenlítés eredményével matematikailag mindenben azonos eredményhez vezet az egymástól független napi normálegyenletek összegzése (angol kifejezéssel stacking). Vagyis a majd két évtizednyi mérési anyag által definiált, egy időpontra vonatkoztatott állomás koordinátákhoz jutunk, ha a napi feldolgozásból kapott normálegyenleteket (4. egyenlet) megfelelően kombináljuk.

A módszer előnye, hogy a legkisebb négyzetes megoldásba új, az eredeti napi normál egyenletrendszerekben nem szereplő ismeretlen paraméterek is bevonhatunk. Ez különösen hasznos, ha időben konzisztens koordináta megoldáshoz szeretnénk jutni. Jól ismert ugyanis, hogy az állomások helyzete számos tényező miatt (pl.: lemez-, felszín- és sajátmozgás, tektonikai aktivitás, árapály hatások, stb) az időben nem állandó. Ennek az időbeli változásnak a matematikai kezelése, vagyis az X (3×1) állomás koordináták leírása egy tetszőleges t időpontban, legegyszerűbben egy lineáris modellel történhet (Rebischung 2014):

$$X(t) = X(t_0) + \dot{X}(t - t_0) \quad (5)$$

ahol $X(t_0)$ (3×1) egy referencia epochára (esetünkben $t_0 = 2025.5$) vonatkoztatott állomás pozíció, míg $\dot{X}$ (3×1) az állomás sebessége. Ez az alapösszefüggés alkalmazható a kombinált

kiegyenlítés feltételi egyenleteként. Ha a modellt az összes (k darab) állomásra kiterjesztjük, a következő mátrixos alakot kapjuk:

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{J}_i \mathbf{x} \quad (6)$$

Ebben az egyenletben $\mathbf{x}_i$ ($3k \times 1$) az i -edik napi megoldásban szereplő állomások koordináta vektora a t_i epochában, míg a meghatározandó $\mathbf{x} = [\mathbf{X}_1(t_0), \dot{\mathbf{X}}_1, \dots]^T$ ($6k \times 1$) paramétervektor az összes állomás t_0 -ra vonatkozó pozícióját és sebességét foglalja magában. A $\mathbf{J}_i = [\mathbf{I}, (t_i - t_0) \mathbf{I}]$ ($3k \times 6k$) mátrix közvetlenül az 5. egyenletből adódik, ahol $\mathbf{I}$ egy $3k \times 3k$ méretű blokk-diagonális egység mátrix.

Ezen összefüggés segítségével teremthető meg a kapcsolat a napi megoldások normálegyenletei (1. egyenlet) és a kombinálás ismeretlen paraméterei ($\mathbf{X}_i(t_0), \dot{\mathbf{X}}_i$) között. További levezetést nélkül az összegzett normálegyenlet rendszer:

$$\sum_i \mathbf{J}_i^T \mathbf{N}_i \mathbf{J}_i (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) = \sum_i \mathbf{J}_i^T \mathbf{n}_i \quad (7)$$

Látható, hogy a végleges megoldásnak valamennyi napi feldolgozási eredmény ($\mathbf{N}_i$ és $\mathbf{n}_i$) a részét képezi. Éppen ezért a számítás megkezdése előtt különös figyelmet igényel a koordináta idősorok kiugró értékeinek szűrése, ill. az állomás vevő- vagy antenna cseréje okozta koordináta ugrások kezelése. Ezek figyelembevételével az egyes állomások idősorai szakaszokra bonthatók, amelyek külön megoldási egységként, új ismeretlen paraméterként kerülnek be a kombinációs eljárásba, biztosítva ezzel a becsült paraméterek egységét és megbízhatóságát.

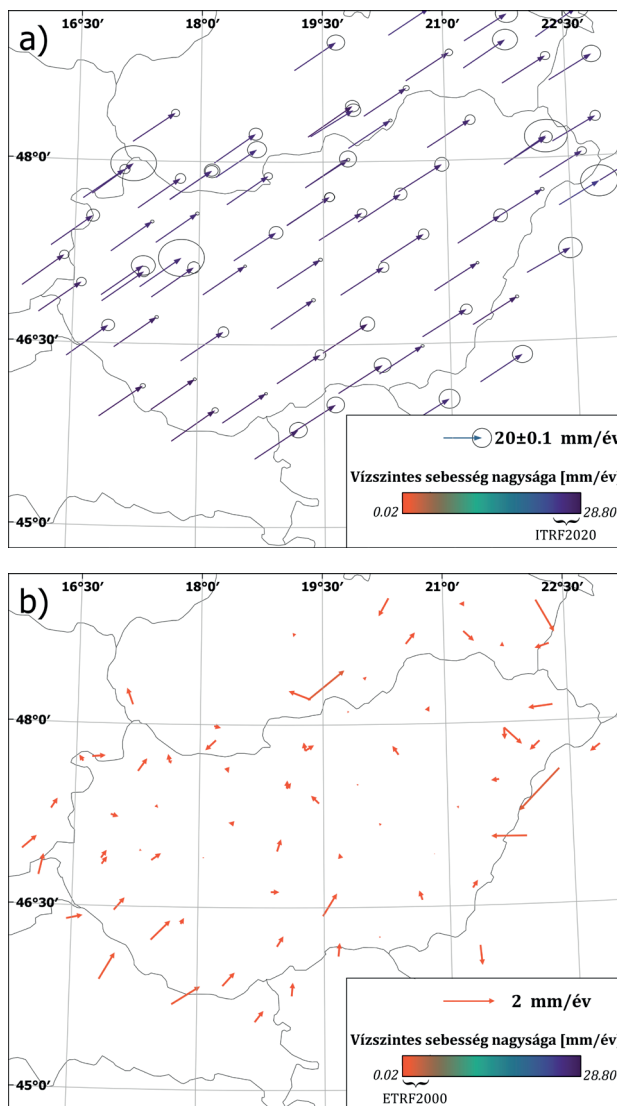
Végezetül megjegyzendő, hogy a napi hálózati feldolgozáshoz hasonlóan a kombinációs megoldás normál mátrixa is ranghiányos, vagyis a hálózat abszolút elhelyezése nem triviális. A ranghiány megszüntetése ebben az esetben is, kiválasztott IGS állomások segítségével, az állomások ITRF2020 megvalósításából ismert és a kombináció eredményeként kapott koordináták, valamint sebesség értékek közötti Helmert-paraméterekre felírt kényszerfeltételekkel történik. Ennek köszönhetően a végleges hálózati megoldás bármely állomás koordinátájának megkötése nélkül, a belső relatív geometria megőrzése mellett az ITRF2020 kerethálózatba illeszkedik.

6. Koordináták az európai és hazai geodéziai vonatkoztatási rendszerekben

Az ITRS definíciójából adódóan az ITRFyy-ben kifejezett koordináták a tektonikai kőzetlemezekkel együtt folyamatos mozgásban vannak (4. a. ábra). Az Eurázsiai (EURA) lemez esetében ez mintegy 2.6 cm/év elmozdulást jelent észak-keleti irányba. Bár ezt az elmozdulást a permanens állomások becsült sebességei leírják, a napi geodéziai gyakorlat számára szükséges relatív stabilitást ez a vonatkoztatási rendszer nem biztosítja. Szemléletes példa erre, egy ebben a rendszerben t_1 időpontban (epochában) felmért pont, amelyet pár évvel később t_2 időpontban ki szeretnénk tűzni. A két időpont között a felmért

fizikai pont, a lemezzel együtt több centiméterre elvándorol, így a korábbi t_1 koordináta kitűzése már az eredeti fizikai pont „hült helyére” fog vonatkozni.

A felvázolt gyakorlati nehézség orvoslása lemezekhez kötött vonatkoztatási rendszerek bevezetésével történik. Európában ilyen rendszer az ETRS89, amelynek alapja, hogy a lemezmozgás irányának és mértékének ismeretében az ITRS koordinátákat egy transzformáció keretében közös epochára ($t=1989.0$, innen a név) mozgatja, így létrehozva egy kvázi statikus rendszert. Kvázi, hiszen a lemezmozgáson túli esetleges sajátmozgásokat a transzformáció nem küszöböli ki (4. b. ábra).



4. ábra a) A kombináció eredményéből kapott, három évnél hosszabb idősorból levezetett vízszintes értelmű állomás sebességek ITRS-ITRF2020 rendszerben. b) ugyanez ETRS89-ETRF2000 rendszerben.

Valamennyi ITRFyy kerethálózati megoldáshoz definiálásra kerül egy párba állítható ETRFyy megoldás. A definiálás jelen esetben a két rendszer közötti transzformációs paramétereknek a meghatározását jelenti. Az idők során a transzformációs modell folyamatosan változott és fejlődött. A forgatási paraméterek, vagyis a lemezmozgás irányának és mértékének a becslése előbb

geofizikai modelleken, majd az állomások sebességein alapult (Altamimi et al. 2023b).

Jelenleg a geodéziai gyakorlatban legelterjedtebben használt változat az ETRF2000, amely a hazai rendszer referenciáját is jelenti. Ez a klasszikus megközelítésen alapuló kerethálózati megoldás az ETRS89 definíciós szándékával szemben valójában nem geocentrikus, mert a majd 40 évvel korábbi pontossági képességek miatt mintegy 11 cm-rel külpontos az ITRF2020 által szub-cm-es pontossággal reprezentált origótól.

Az ITRF2014 publikálásától kezdődően viszont már mind az ETRF2014, mind pedig az ETRF2020, az ITRFyy megoldás párukkal összhangban geocentrikusak. Emiatt az ETRF2000 és ETRF2014-2020 megoldásokban az állomáskoordináták ~11 cm-rel eltérőek. Utóbbiak kutatási, modellezési feladatokra alkalmasabbak, de a legtöbb európai országban továbbra is az ETRF2000-et, illetve elődjeit alkalmazzák a földmérési és geodéziai gyakorlatban. Ennek oka elsősorban a kerethálózati váltás miatt jelentkező alkalmazói bizonytalanság elkerülése (pl.: jogszabályi változtatások, új felhasználói transzformációs megoldások elterjesztése, a majd deciméteres koordináta ugrások gyakorlati következményei). Emiatt a gyakorlat kitart a tudományos tekintetben már elavult, majd négy évtizedes technológiai pontosságot tükröző ETRF2000 mellett.

A hazai geodéziai rendszerekbe történő illesztés érdekében a normálegyenletek összegzésével kapott kombinációs megoldás ITRF2020 eredményeit (koordinátákat és sebességeket egyaránt) az ismert transzformációs paraméterekkel (Altamimi–Collilieux 2024) ETRF2000 rendszerbe transzformáltuk. Ezen koordináták képezik a GNSSnet.hu RTK szolgáltatásának frissített alapját. Végezetül a VITEL2014 transzformációs eljárással levezettük a pontokhoz tartozó EOV síkvetületi koordinátákat, valamint az EOMA tengerszint feletti magasságokat, amelyek a publikált pontleírások részét képezik.

7. Eredmények

A 1400-2399 GPS hét adataiból levezetett végleges megoldás ellenőrzésének első lépéseként, a meghatározott koordináta- és sebesség értékeket összevetettük az EPN állomáshálózat legfrissebb, 2026 év elején közzétett C2370 jelzésű kombinációs megoldásával (Bruyninx et al. 2019). A C2370 már a Repro3 adatain alapul, vagyis a feldolgozási stratégia és a referencia kerethálózat (ITRS-ITRF2020) a két megoldás között megegyezik. Az összevetés a 25 darab közös állomás segítségével számított Helmert-paraméterek meghatározásán, valamint pontonként a maradék ellentmondások vizsgálatán alapul. A közös epochán ($t=2020.0$) számított hét transzformációs paramétert, az állomás sebességekből meghatározható időbeli változásaikkal együtt a 3. táblázat tartalmazza.

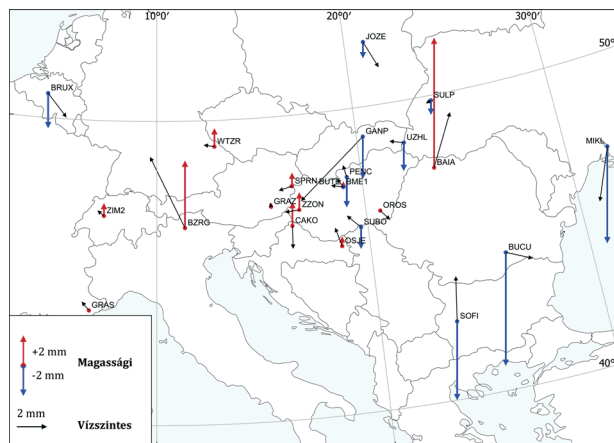
Az eltolás paraméterek (T_x , T_y és T_z) kis nagyságrendje arra utal, hogy nincs jelentős eltérés a két hálózati megoldás abszolút elhelyezése között. A milliszőgmásodperc (mas) mértékegységben megadott forgatási paraméterek (R_x , R_y és R_z)

Táblázat 3. A végleges hálózat és az EPN C2370 megoldás közös állomásai között számított 14 Helmert-transzformáció paraméter

Paraméter	Érték $\pm$ középhiba (1σ)	Paraméter időbeli változása	Érték $\pm$ középhiba (1σ)
T_x (mm)	-4.9 ± 38.4	dT_x (mm/év)	0.77 ± 3.77
T_y (mm)	1.5 ± 36.2	dT_y (mm/év)	0.04 ± 3.64
T_z (mm)	3.6 ± 35.9	dT_z (mm/év)	0.08 ± 3.54
m (ppb)	0.041 ± 1.478	dm (ppb/év)	-0.096 ± 0.144
R_x (mas)	0.057 ± 0.924	dR_x (mas/év)	0.003 ± 0.094
R_y (mas)	0.212 ± 1.662	dR_y (mas/év)	-0.016 ± 0.162
R_z (mas)	-0.002 ± 0.830	dR_z (mas/év)	0.007 ± 0.083

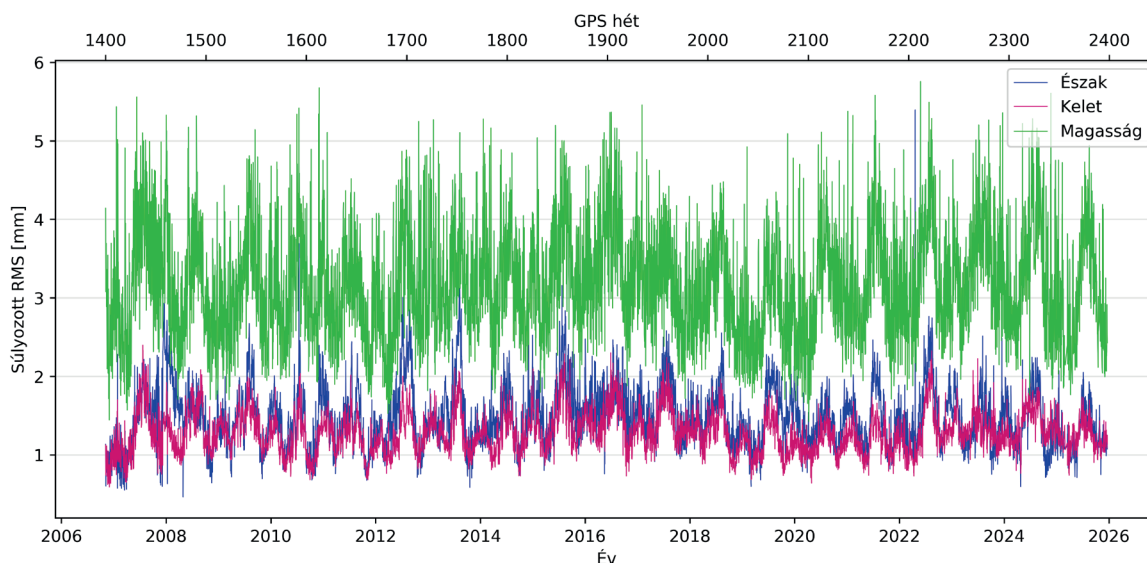
zérus közeliek, vagyis a levezetett hálózat tájékozása is az EPN-nel és azon keresztül az ITRF2020-al azonosnak tekinthető. Továbbá a méretaránytényező (m) is elhanyagolhatóan kis szám. A 0.041 ppb gyakorlati értelemben csupán 0.041 mm/1000 km méretarány eltérést jelent. A transzformációs paraméterek időbeli változásainak kis értékei pedig a két megoldás állomás-sebesség becsléseinek összhangját támasztják alá.

Megfigyelhető, hogy a becsült eltolási, forgatási és méretaránytényezők középhibái rendben nagyságrenddel nagyobbak maguknál a meghatározott értékeknél. Ez a jelenség megszokott a regionális kiterjedésű hálózatok között végzett transzformációs paraméterbecslés esetén. A közös állomások globálishoz viszonyított rosszabb térbeli eloszlása ugyanis nagy korrelációt eredményez a paraméterek között, amely végső soron gyengébb középhibákhoz vezet (Ampatzidis et al. 2022).



5. ábra A végleges hálózat és az EPN C2370 megoldás közös állomásai között számított transzformáció koordináta maradék ellentmondásai topocentrikus rendszerben (fekete vízszintes, piros/kék magassági komponens)

Érdeemesnek tartottuk továbbá megvizsgálni a transzformáció utáni maradék koordináta-hibák értékeit és azok térbeli eloszlását (5. ábra). A jellemzően milliméteres nagyságrendű, topocentrikus rendszerben értelmezett vízszintes értelmű eltérések (az 5. ábrán feketével jelzett vektorok) irányai véletlenszerűek, nem mutatnak szisztematikus térbeli mintáza-



6. ábra A napi megoldások kombinált eredményéhez viszonyított súlyozott RMS értékei

tot. A magassági komponens maradék hibái (az 5. ábra piros és kék vektorai) jellemzően nagyobbak, de csak néhány állomás esetén lépik túl a 10 mm-t. Emellett a véletlenszerű térbeli elrendezésük nem utal a hálózat elhelyezésének vagy tájékozásának szabályos hibájára. Megjegyzendő, hogy a hazai EPN állomások esetén a maradék ellentmondások jellemzően 2 mm alattiak.

Egy másik fontos minőségellenőrzési lehetőséget kínálnak a kombinált- és a napi megoldások közötti koordináta komponensek (észak, kelet, magasság) eltéréseiből számítható súlyozott négyzetes közép (RMS) értékek. Az adott napi megoldáshoz tartozó RMS számításánál a súlyozás az adott koordináta érték varianciájának reciprokával történt, így nagyobb súlyt rendelve a jobb megbízhatósággal levezetett állomás-pozíciók mellé. Az eredmény RMS értékek időszora a 6. ábrán látható. A vízszintes észak-déli (Észak), valamint kelet-nyugati (Kelet) komponensek RMS értékei átlagosan kisebbek a vertikálistól (Magasság). Előbbiek nagyságrendje 1-2 mm, míg utóbbié 3-5 mm körüli, amelyek jó összhangot mutatnak más hasonló feldolgozás eredményeivel (Kenyeres et al. 2019). A gyengébb magassági pontosság a GNSS technológia sajátja, amelynek elsődleges forrása a műholdgeometria, illetve a légköri hatások korlátozott modellezhetősége. Optimális elrendezés esetén szükség volna a horizont alatt lévő műholdak észleléseire is, amelyek értelemszerűen fizikai korlátok miatt nem elérhetőek.

Az RMS idősorokban szabályos trendszerűség nem látható. Ez arra enged következtetni, hogy az észlelési adatmennyiség és minőség, valamint a feldolgozási módszertan konzisztens koordináta megoldásokat eredményezett a majd 20 éves időtartamban. Az idősor periodikusságát a különböző évszakos hatások magyarázzák.

Végezetül az eredmények értékelésénél érdemes megvizsgálni, hogyan változtak a hazai állomások koordinátái a korábbi meghatározásukhoz viszonyítva. Ez hálózat-felhasználói szempontból különösen érdekes, hiszen a változások közvetlenül

jelentkeznek az állomásokra támaszkodva végzett valamennyi helymeghatározás esetén.

Ahogy az korábban említésre került, az állomások koordinátái mind a GNSSnet.hu szolgáltatásában, mind a pontleírásokon az utóbbi időszakban két alkalommal frissültek. Előbb a 2006-tól 2024 év végéig tartó időszak adataival történt feldolgozás eredményeivel 2025 februárjában, majd még egy évnnyi észlelési adattal kiegészítve 2026 februárjában.

Az évenkénti koordináta frissítéseket – amelyekre a felhasználók a következő években is számíthatnak – elsősorban a hálózat új IMMA állomásokkal történő bővítése indokolja. Az új állomások koordinátáinak meghatározása ugyanis az idő előrehaladtával egyre hosszabb mérési időszorra támaszkodhat, ami növeli a megbízhatóságot és a stabilitást. Ez a minőségi javulás pedig a koordináták rendszeres felülvizsgálatával és megváltoztatásával érvényesíthető.

Az utóbbi két koordináta-frissítés során jelentkező változások főbb statisztikai jellemzőit a 4. táblázat tartalmazza. Az eredmények értelmezésénél fontos hangsúlyozni, hogy az eltérések nem a korábbi hálózat hibáiból, hanem a fejlődött feldolgozási módszerből és a hozzá kapcsolódó új paraméter- és modell készletből származnak, amelyek együttesen a hálózat pontosabb megvalósítását teszik lehetővé.

Táblázat 4. A GNSSnet.hu szolgáltatásában lévő hazai állomások koordináta változásai az új feldolgozási eredmények 2025 februári bevezetésével, majd a 2026 februári frissítéssel

	2025-korábbi (mm)			2026-2025 (mm)		
	Kelet	Észak	Magasság	Kelet	Észak	Magasság
min.	2	-11	-30	-3	-6	-4
max.	20	12	-6	15	2	5
átlag	10	4	-19	1	1	2

A korábbi megoldáshoz viszonyítva a 2025. évben bevezetett koordináták átlagos eltérései rendre a következők: 10 mm a keleti, 4 mm az északi, valamint -19 mm a magassági

komponensekben. Ezzel szemben a 2025. és 2026. évi koordináták közötti eltérések lényegesen kisebbek, az átlagos koordináta-változás valamennyi komponensben 1-2 mm nagyságrendű. Mivel ez utóbbi két feldolgozás módszertana és referenciahálózata mindenben megegyezik, a közöttük tapasztalható milliméteres eltérések elsősorban az egy évvel hosszabb megfigyelési időszakból származó pontosságnövekedést tükrözik.

Összességében az eltérések nagysága jellemzően a korszerű valós idejű GNSS helymeghatározás gyakorlati pontossági követelményein belül marad. A frissítések hatása elsősorban olyan alkalmazásokban lehet releváns, ahol különböző időpontokban (pontosabban 2025 február előtt és után) meghatározott koordináták centiméteres vagy annál jobb pontosságú összehasonlítása történik. Ideértve a nagy pontosságú utófeldolgozáson alapuló hosszú távú mozgás- és geodinamikai vizsgálatokat, amelyek esetében az eltérések hatásának figyelembevétele már ajánlott lehet.

8. Összefoglalás

Új nemzetközi ajánlásokon és gyakorlaton alapulva, az ITRF2020-ra támaszkodva sikeresen megtörtént a GNSSnet.hu permanens állomáshálózat koordinátáinak a meghatározása. Az eredmény a 2006 és 2026 közötti időszak teljes GNSS mérési anyagának napi hálózati feldolgozásán alapul. A napi megoldások normálegyenlet szintű kombinálása szolgáltatja a végleges, egységes koordináta- és sebességmegoldást.

A levezetett eredmények összehasonlítása az EPN megoldásával igazolta a referenciarendszer megvalósításának helyességét és konzisztenciáját. A két megoldás közötti Helmert-transzformáció paraméterei statisztikailag nem bizonyultak szignifikánsnak, a maradék koordináta ellentmondások pedig milliméteres nagyságrendűek és földrajzilag véletlenszerűek.

A korábban publikált állomáskoordinátákhoz viszonyított, helyenként centiméteres nagyságrendű koordinátaváltozások elsődlegesen az ITRF2020 és az IGS Repro3 által bevezetett korszerűbb modellek és feldolgozási stratégiák, valamint a hosszabb megfigyelési idősor alkalmazásának következményei. A kapott eredmények egy korszerű, homogén és hosszú távon fenntartható térbeli referenciát szolgáltatnak a hazai nagy pontosságú GNSS helymeghatározási alkalmazások számára.

Irodalomjegyzék

- Altamimi, Z. – Collilieux, X. (eds.) 2024. Relationship and Transformation between the International and the European Terrestrial Reference Systems. EUREF Technical Note 1. France, Institut National de l'Information Géographique et Forestière (IGN). p. 15
- Altamimi, Z. – Métivier, L. – Rebischung, P. – Collilieux, X. – Chanard, K. – Barnéoud, J. 2023b. ITRF2020 plate motion model. *Geophysical Research Letters*, 50 (24). <https://doi.org/10.1029/2023GL106373>
- Altamimi, Z. – Rebischung, P. – Collilieux, X. – Métivier, L. – Chanard, K. 2023a. ITRF2020: an augmented reference frame refining the modeling of nonlinear station motions. *Journal of Geodesy*, 97 (47). <https://doi.org/10.1007/s00190-023-01738-w>
- Altamimi, Z. – Rebischung, P. – Métivier, L. – Collilieux, X. 2016. ITRF2014: A new release of the International Terrestrial Reference Frame modeling nonlinear station motions. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 121 (8), pp. 6109–6131. <https://doi.org/10.1002/2016JB013098>
- Altamimi, Z. 2003. Discussion on How to Express a Regional GPS Solution in the ITRF. EUREF Publication, 12, pp. 162–167.
- Ampatzidis, D. – Thaller, D. – Wang, L. 2022. The Correlations of the Helmert Transformation Parameters as an Additional Auxiliary Diagnostic Tool for Terrestrial Reference Frames Quality Assessment. In Freymueller, J.T., Sánchez, L. (eds.): *Geodesy for a Sustainable Earth*. International Association of Geodesy Symposia, vol 154. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/1345_2022_164
- Bruyninx, C. – Legrand, J. – Fabian, A. – Pottiaux, E. 2019. GNSS metadata and data validation in the EUREF Permanent Network, *GPS Solutions*, 23 (106). <https://doi.org/10.1007/s10291-019-0880-9>
- Dach, R. – Lutz, S. – Walser, P. – Fridez, P. (eds.) 2015. Bernese GNSS Software Version 5.2. Astronomical Institute, University of Bern, Bern Open Publishing. <https://doi.org/10.7892/boris.72297>
- Detrekői Ákos 1991. Kiegyenlítő számítások. Tankönyvkiadó, Budapest.
- Kenyeres, A. – Grau Bellet, J. – Bruyninx, C. – Caporali, A. – Doncker, F. – Droschak, B. – Duret, A. – Franke, P. – Georgiev, I. – Bingley, R. – Huisman, L. – Jivall, L. – Khoda, O. – Kollo, K. – Kurt, A. – Lahtinen, S. – Legrand, J. – Magyar, B. – Mesmaker, D. – Weber, M. 2019. Regional integration of long-term national dense GNSS network solutions. *GPS Solutions*, 23 (122). <https://doi.org/10.1007/s10291-019-0902-7>
- Koch, K-R. 1999. Parameter Estimation and Hypothesis Testing in Linear Models. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Berlin.
- Kotsakis, C. 2013. Anatomy of minimum constraints in geodetic network adjustment. Thales, in honor of Prof. Emeritus Michael E. Contidakis. Manuscript. pp. 226–247.
- Kotsakis, C. 2018. Datum Definition and Minimal Constraints. In Grafarend, E. (ed.): *Encyclopedia of Geodesy*. Encyclopedia of Earth Sciences Series. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-02370-0_157-1
- Rebischung, P. – Altamimi, Z. – Métivier, L. – Xavier, C. – Gobron, K. – Chanard, K. 2024. Analysis of the IGS contribution to ITRF2020. *Journal of Geodesy*, 98 (49). <https://doi.org/10.1007/s00190-024-01870-1>
- Rebischung, P. 2014. Can GNSS contribute to improving the ITRF definition? PhD thesis. Ecole Doctorale Astronomie et Astrophysique d'Ile-de-France. p. 203
- Sillard, P. – Boucher, C. 2001. A review of algebraic constraints in terrestrial reference frame datum definition. *Journal of Geodesy*, 75, pp. 63–73. <https://doi.org/10.1007/s001900100166>
- Völksen, C. – Liwosz, T. – Legrand, J. – Lidberg, M. – Araszkiewicz, A. – Bruyninx, C. – Hidalgo, M. – Imrišek, M. – Jean-Louis, L. – Kempe, T. – Männel, B. – Leclercq, J. – Pacione, R. – Papco, J. – Toth, S. – Wang, L. – Xue, J. – Zurutuza, J. 2026. EPN-Repro3: Improved Maintenance of Regional Reference Frames Through Standardized and Complete Reprocessing of all Available GNSS Data (1996–Present). In Freymueller, J. T. (ed.): *International Association of Geodesy Symposia*. Springer, Berlin, Heidelberg. https://doi.org/10.1007/1345_2026_371