Transzformációs vizsgálatok Budapest területén a geodéziai hálózatok (centrális, EOVA, OGPSH) közös pontjai között

BUSICS György[1], TÓTH Zoltán[1]

[1]Óbudai Egyetem, Alba Regia Kar, Geoinformatikai Intézet

E-mail: busics.gyorgy@amk.uni-obuda.hu, toth.zoltan@amk.uni-obuda.hu

DOI: 10.30921/GK.78.2026.3.3

Absztrakt

A budapesti Citadella területén elpusztult OGPSH pont pótlása során több, a korábbi vonatkoztatási rendszerekben ismert alappont ETRS89 rendszerű koordinátáit határoztuk meg Budapesten. Felhasználva más adatforrásokat is, lehetőségünk nyílott arra, hogy megvizsgáljuk a fővárosban hosszú ideig alkalmazott 1935. évi centrális hálózat (CENTR), az 1970-es években kiépített EOVA és az országos GPS hálózat azonos alappontjainak illeszkedését. Transzformációs paramétereket határoztunk meg a centrális rendszer és az ETRS89 rendszer között, amire eddig nem volt lehetőség.

Abstract

During the replacement of the destroyed GPS point in the Citadella area of Budapest, we determined the ETRS89 coordinates of several control points known from previous reference systems in Budapest. Using other data sources as well, we were able to examine the connection/alignment of the common control points of the 1935 local central city network (CENTR), which had been used in the capital for a long time, the unified national horizontal network (EOVA) established in the 1970s, and the national GPS network (OGPSH). We determined the transformation parameters between the local city system and the ETRS89 system, which had not been possible until now.

A Gellért-hegyen, a Citadella területén elpusztult 65-4011/2 OGPSH pont pótlása során több, a korábbi vonatkoztatási rendszerekben ismert alappont ETRS89/ETRF2000 koordinátáit határoztuk meg (Busics és társai 2025). Felhasználva más adatforrásokat is, lehetőségünk nyílott arra, hogy megvizsgáljuk a Budapesten hosszú ideig alkalmazott geodéziai hálózatok azonos pontjainak illeszkedését és lokális transzformációs paramétereket határozzunk meg közöttük.

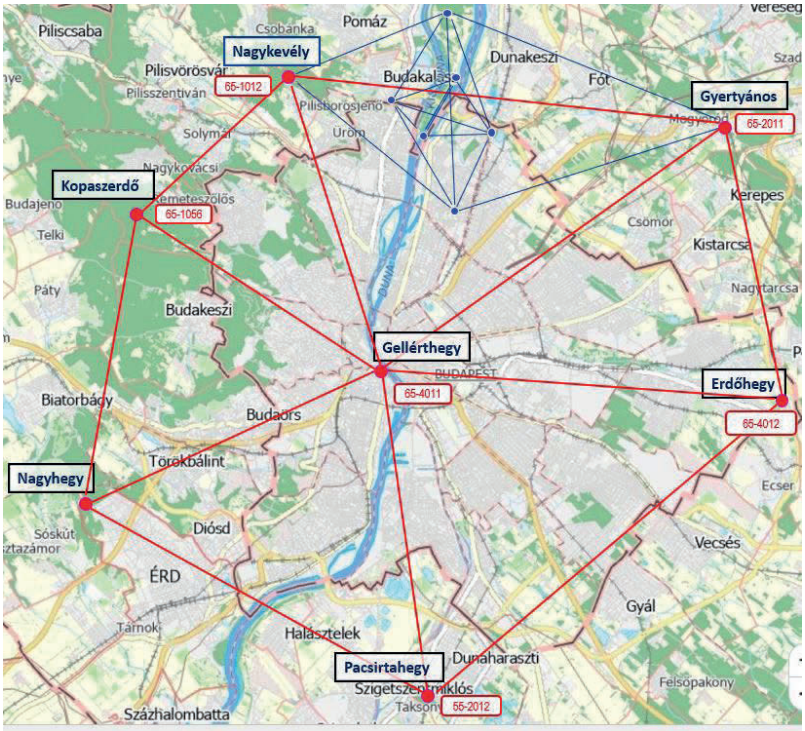
1. A vizsgálati hálózatok rövid jellemzése

1.1. A városi centrális hálózatról

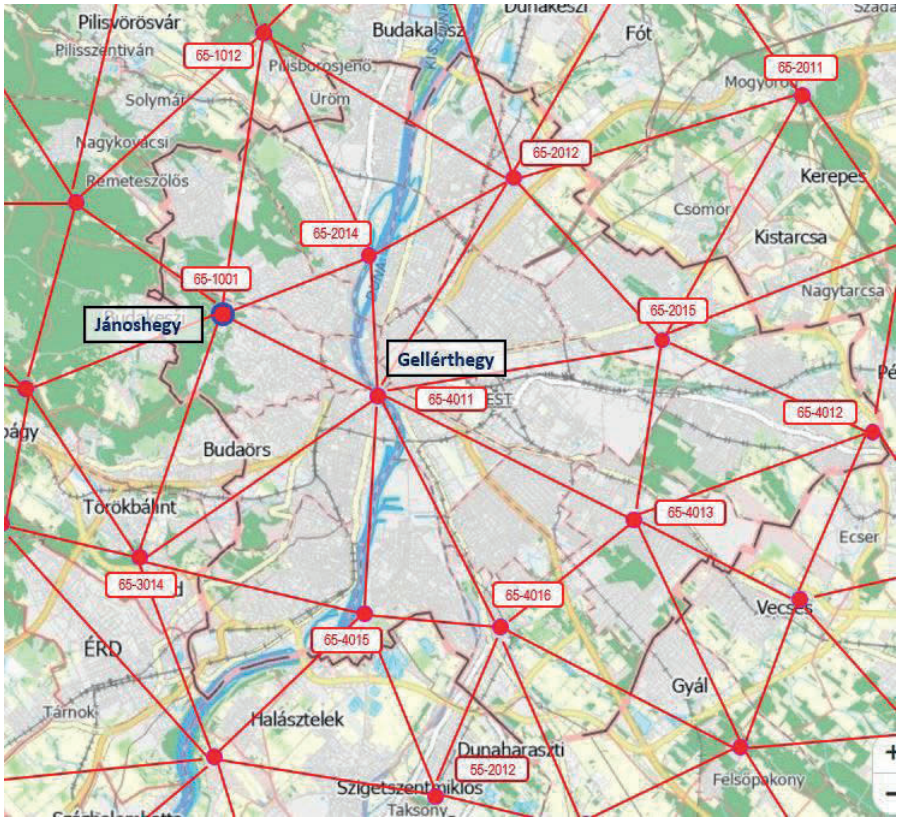
Az 1933 és 1935 között Budapesten létrehozott városi háromszögelési hálózat célja az volt, hogy alapul szolgáljon a fővárosról készítendő új nagyméretarányú alaptérképhez. Az önálló centrális városi hálózat felsőrendű (első-, másod- és harmadrendű) valamint alsórendű (negyed-, ötödrendű) pontokból áll (Papp 1949). Az elsőrendű centrális hálózat középpontja a Gellérthegy nevű pont és további 6, mintegy 17 km-re lévő külső pontját úgy jelölték ki, hogy a hálózat (az akkor még csak tervezett) Nagy-Budapest teljes területét lefedje (1. ábra). A hálózat méretarányát a szentendrei alapvonal adja meg. A korábbi háromszögelési hálózatban vetületi kezdőpont szerepet játszó Gellérthegy alappont 1933-ban fizikailag nem létezett, ezért azt kitűzték és ez a ma is létező kő lett az önálló hálózathoz kapcsolt sztereografikus vetület kezdőpontja és a koordináta-rendszer origója. Mivel itt egy új hálózat létesült (új méréssel és kiegyenlítéssel), a korábbi budapesti sztereografikus rendszerben (rövidítése: ST) és a centrális rendszerben (rövidítése: CENTR) meghatározott azonos pontok koordinátái nem egyeznek. A centrális hálózatot használták fel az 1950-es évektől épült mindhárom metróvonal (M2, M3, M4) építésénél is.

1.2. Az EOVA budapesti pontjairól

A második világháborút követően kiépítésre került új háromszögelési hálózatba (utóbb kapott rövidítése: EOVA, Egységes Országos Vízszintes Alapponthálózat) a budapesti centrális hálózat számos pontját is bevonták (2. ábra). Az EOVA Budapesten alapvetően harmadrendű pontokból áll, és az azonos időben mért negyedrendű főpontokból (kivétel az elsőrendű János-hegy és néhány külső kerületi negyedrendű pont), nincsenek kilométeres sűrűségű negyedrendű alappontjai, hiszen a térképkészítéshez rendelkezésre állt korábbról a városi centrális hálózat. A „Gellérthegy” is harmadrendű pont lett, 65-4011 pontszámmal.



1. ábra A budapesti elsőrendű városi centrális hálózat és az alapvonalfejlesztő hálózat (pirossal az EOVA pontszámok)



2. ábra Az EOVA budapesti felsőrendű hálózata

Ismeretes, hogy az ország belső területén először a harmadrendű hálózatot hozták létre és ebből vezették le az elsőrendű hálózat szögmérési adatait (domináns pontok módszere), így az első- és harmadrendű hálózat egyenrangú (felsőrendű). Budapest egyetlen elsőrendű alappontján, a János-hegyen (65-1001), közvetlenül is mértek elsőrendű irányokat, de a domináns pontok módszerével közvetetten levezett irányai is vannak. A hálózathoz olyan új redukált hengervetületet vettek fel (EOV), amelynek x tengelye a „Gellérthegy” ponton átmenő meridián képe (ehhez nyilván rendelkezésre álltak a pont alapfelületi koordinátái).

A továbbiakban a vizsgálati pontok pontszámaira az EOVA pontszámokkal hivatkozunk, mert ezek a mai azonosítók és egyben mutatják a pont rendűségét is.

1.3. Az OGPSH budapesti pontjairól

Az Országos GPS Hálózat mérési kampányai 1995 és 1997 között történtek, a hálózat kiegyenlítésére 1998-ban került sor (Borza 1998). Az OGPSH pontjait az EOVA meglévő országos (első-, harmad-, negyedrendű) alappontjai közül választották ki (de vannak más, például gravimetriai pontjai is), így ezek eleve transzformációs közös pontok az OGPSH és az EOVA között. Kivételt képez a 24 pontos ún. kerethálózat keretpontjainak többsége, mert ezek különleges állandósítású, mozgásvizsgálati célokat szolgáló alappontok is (Gazsó és társai 1992). Az alappontok koordinátái a közös európai térbeli vonatkoztatási rendszerben (ETRS89/ETRF2000) ismertek. A kezdetben közzétett koordinátákat 2007-ben pontosították, azóta ezek (a korábbiaktól néhány cm-re különböző) koordináták a hivatalosak (Borza, Kenyeres, Virág 2007). A Budapest környéki OGPSH alappontokat a 8. ábra mutatja be. Ezen piros színnel jelöltük az elpusztult 65-40112 pont meghatározásához felhasznált öt Gellért-hegy környéki OGPSH pontot. A három vizsgálati hálózat jellemzőit az *1. táblázat* foglalja össze.

1.4. A vizsgálati pontokról

Vizsgálati pontjaink olyan budapesti vízszintes alappontok, amelyek koordinátái legalább két – ideális esetben három – hálózatban (vonatkoztatási rendszerben) ismertek. Az OGPSH pontleírásai tartalmazzák az EOV koordinátákat, az EOVA pontleírásain pedig többnyire szerepelnek a korábbi (esetünkben centrális) rendszerű koordináták is, amennyiben az alappont a korábbi hálózatnak is része volt. A transzformációkhoz szükséges közös pontok koordinátái elsősorban a hivatalos pontleírásokból nyertük. (Utóbb derült ki, hogy az új típusú EOVA pontleírásokon a régi vetületekben – ST és centrális – adott koordináták keverve szerepelnek.)

További három adatforrásunk:

1) A Fővárosi Földhivatal az 1990-es évek elején (egy svájci segélyprogram részeként) három darab Leica SR399 típusú GPS vevőt kapott, ezeket terepgyakorlatokon kölcsönvevőként használtuk (Busics 2000). Ezekkel a vevőkkel 1995 és 1998 között 31 fővárosi EOVA alapponton végeztek statikus GPS mérést, köztük volt három későbbi OGPSH pont és négy elsőrendű centrális pont. Ennek a mérésnek a feldolgozásával egy korábbi cikkben foglalkoztunk (Busics 2005), pontjait most is bevontuk a vizsgálati pontok közé.

3. ábra Topcon vevő a János-hegyen (65-1001)

2) A budapesti metróépítés geodéziai munkáit végző kollégáktól is kaptunk transzformációs közös pontokat. A felszíni (városi centrális rendszerű) metróhálózat sajátossága, hogy azt rendszeres időközönként újramérték, új alappontokat létrehozva, az adott pontok koordinátáit pedig pontosítva. Ilyen pont például a budapesti bazilika körteraszán kiépített négy pillérpont (BAZD, BAZK, BAZE, BAZNy) és maga a torony is (BAZ). Az M4-es metróhálózat része volt a gellért-hegyi pillér, a sas-hegyi vasasztal (SASH) és a Dobogó dombon lévő egyik őrpont (DOBO).

Táblázat 1. A vizsgálatban felhasznált geodéziai hálózatok jellemző adatai

rövid név	hálózat	mérés időszaka	számítás éve	alapfelület (ellipszoid)	vetület	koordináta-rendszer	rendűség Budapesten
CENTR	városi háromszögelési	1933-1935	1935	Bessel	budapesti sztereo-grafikus (ST)	2D, DNy-i tájolású	felsőrendű, alsórendű
EOVA	országos háromszögelési	1949-1970	1972	GRS67	EOV	2D, ÉK-i tájolású	(első-), harmadrendű
OGPSH	országos GPS	1995-1997	1998	GRS80	---	3D (ETRS89)	keretpontok, alappontok

4. ábra Sirius vevő a Bazilika Déli (BAZD) ponton

3) Saját mérésből is növeltük a vizsgálati pontok darabszámát. Ennek apropója az a 2023. áprilisi GNSS kampány volt, amelyet a Citadella felújítása kapcsán a Gellért-hegyen elpusztult alappont pótlása érdekében szerveztünk (Busics és társai 2025). Az elpusztult pont helyett a 65-4011 ún. főpont lett az OGPSH új pontja, ennek ETRS89 koordinátáit határoztuk meg a környező öt OGPSH pontra támaszkodva mintegy háromórás statikus méréssel. Ezen kampány során került sor a János-hegy (65-1001, 3. ábra) és további centrális pontok (mint a bazilika körteraszának pontjai (4., 5. ábra), valamint a „Sashegy" (6. ábra) és a „Kissvábhegy" (7. ábra) ETRS89 koordinátáinak meghatározására. A Dobogó pont ETRS koordinátáit 2025 őszén határoztuk meg.

5. ábra A Bazilika körteraszán

6. ábra Topcon vevő a Sas-hegyen (SASH)

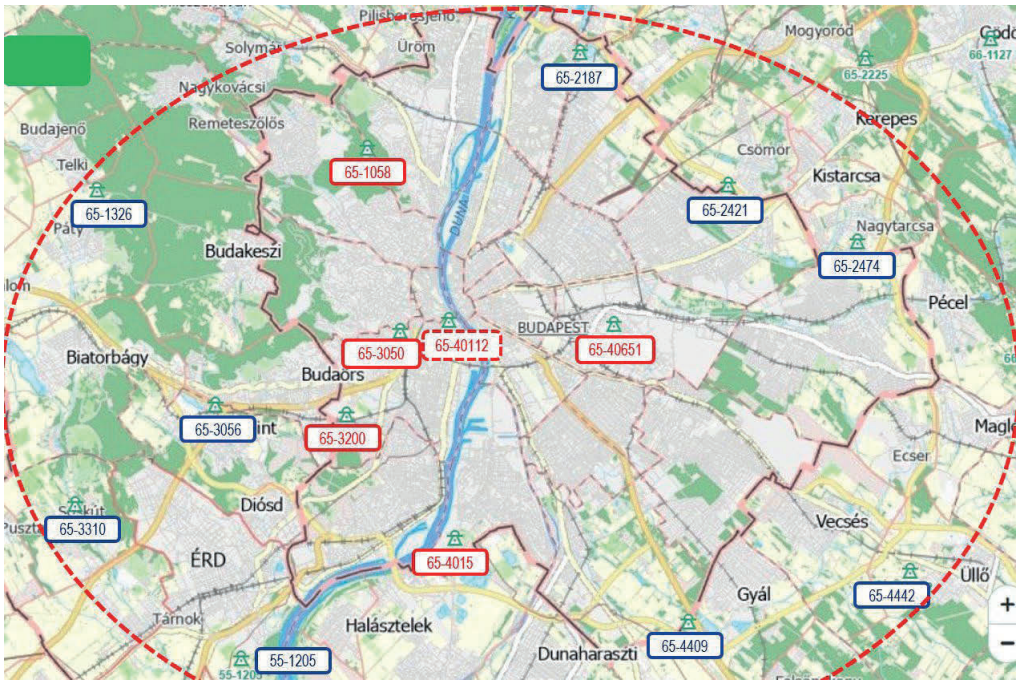
7. ábra Sirius vevő a Sváb-hegyen (SVAB)

2. Az illeszkedés vizsgálata, hibás pontok szűrése

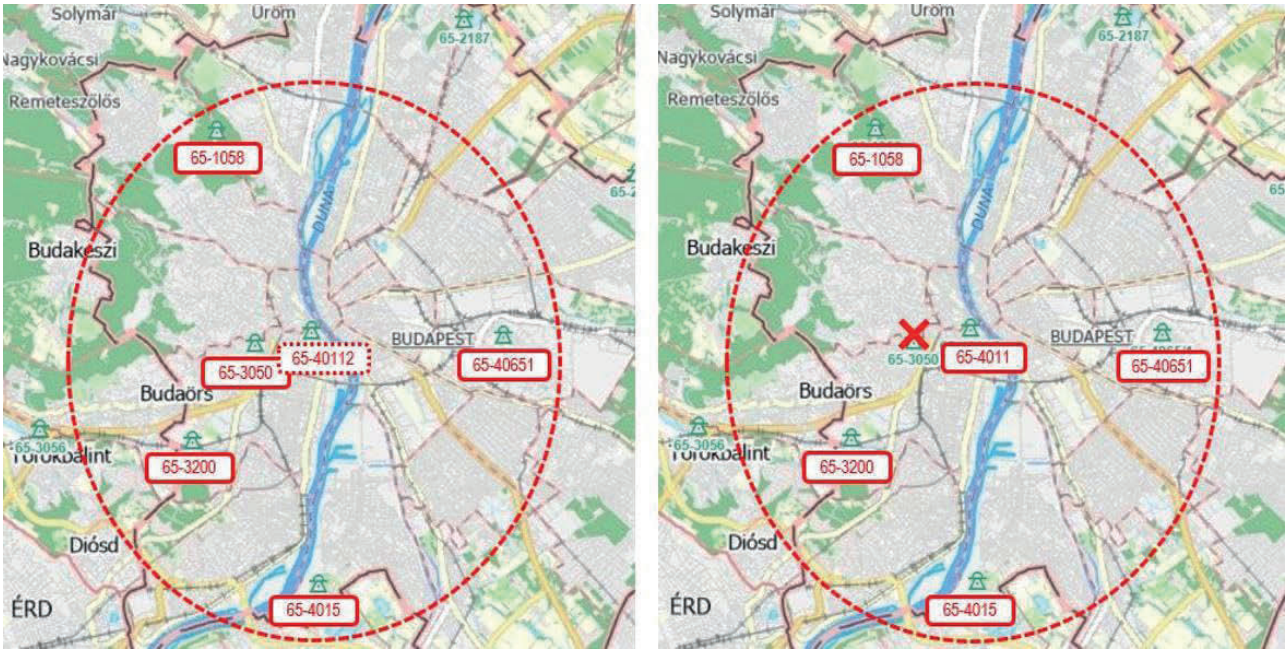
A következőkben alkalmazott matematikai modell a 7 paraméteres térbeli Helmert transzformáció, de ellipszoidi magasságok nélkül, mivel csak a vízszintes értelmű illeszkedés érdekes számunkra. Ez azt jelenti, hogy mindkét rendszerben ellipszoid-felszíni, alapfelületi koordinátákból indulunk ki (a hagyományos rendszer esetén a vetületi síkkoordinátákból számítunk ellipszoidi földrajzi koordinátákat, az ETRS rendszerben pedig a térbeli derékszögű koordinátákból képezünk földrajzi koordinátákat). Az így kapott ellipszoidi földrajzi koordinátákat (zérus magassággal) alakítjuk át térbeli derékszögű koordinátákká, mint a 3D transzformáció bemenő adataivá (Ádám és társai 2004; Gyenes, Kulcsár 2007). A valódi 3D megoldás lenne a szabatos, de magasságok híján most ezzel a közelítő eljárással kell élnünk.

Először a Budapest teljes területét és közvetlen környékét lefedő 15 darab OGPSH-EOVA közös pont illeszkedését tekintjük át (8. ábra). A transzformációt elvégezve a 4 cm-nél nagyobb maradék ellentmondást mutató pontok a következők: y irányban a 65-1058 (67 mm), a 65-3056 (58 mm) és a 65-40651 (57 mm) alappont, x irányban az 55-1205 (45 mm) pont. A tengelyirányú maradék ellentmondásokból lineáris eltérést képezve azok így alakulnak az említett pontoknál: 73 mm (65-1058), 67 mm (65-3056), 60 mm (55-1205), 58 mm (65-40651). A lineáris eltérések átlaga a 15 pontnál 33 mm. A lineáris eltérésekből számítható középhibát a vízszintes illeszkedés középhibájának nevezzük, amely esetünkben 18 mm. A maradék ellentmondások abszolút értékének átlaga is jól jellemzi a két pontmező illeszkedését. Ez a 15 pontos transzformációnál így alakul: y irányban 26 mm, x irányban 18 mm.

Másik lehetőségünk arra, hogy képet kapjunk az OGPSH és EOVA illeszkedéséről Budapest területén az, ha a 15 pont ETRS89/ETRF2000 koordinátáit a gyakorlatban szinte kizárólagosan alkalmazott javító rácshálós modellel átszámítjuk EOV-be és a transzformált eredményt hasonlítjuk össze a hivatalos EOV koordinátákkal. Két, a rácshálós modellen alapuló programot is használhatunk: a penci KGO-ban kidolgozott VITEL2014-et (Virág, Borza 2007), vagy a BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszékén kifejlesztett, a PROJ adatkönyvtár CC-BY licenszű szabad szoftverét (Takács, Siki 2025). A 15 pont ETRS89 koordinátáit VITEL2014 (EHT 2.0.8 verzió) EOV-ba átszámítva és kivonva a hivatalos EOV koordinátákat, most 5 olyan pontot találunk, ahol a koordináta-eltérésekből képzett lineáris eltérés meghaladja a 4 cm-t. Ezen pontok: 65-3056 (61 mm), 65-3050 (50 mm), 65-1058 (49 mm), 65-40651 (47 mm), 55-1205 (43 mm). Lényegében ugyanazon pontokat találtuk, mint előbb. A lineáris eltérések átlaga most 35 mm.



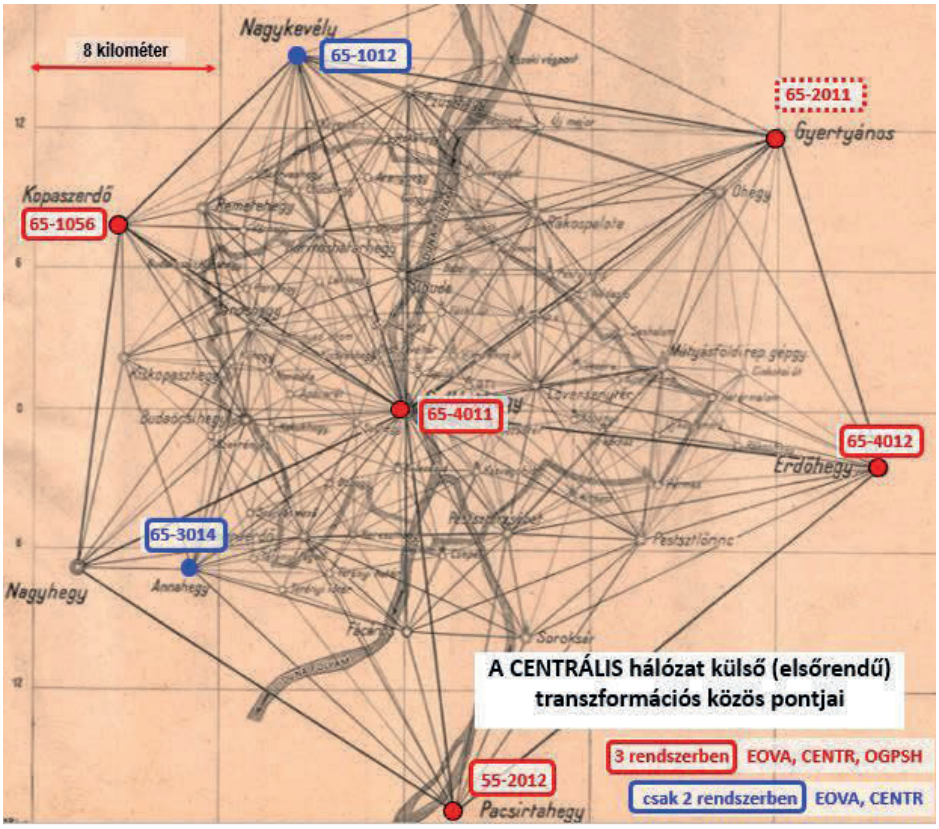
8. ábra Budapest környéki OGPSH pontok. (Pirossal írva a Gellért-hegy környéki pontok pontszámát)



9. ábra A Gellért-hegy környéki OGPSH-EOVA pontok a létesítéskor (balra), és a vizsgálatnál (jobbra)

Nézzük meg ezután, hogyan illeszkedik egymáshoz a Gellért-hegy környéki munkaterületünkön található 6 OGPSH-EOVA közös pont (9. ábra, bal oldal). Bár a 65-40111 pont elpusztult, de a transzformációhoz felhasználható. A 6 közös pont vízszintes értelmű maradék ellentmondását vizsgálva azt találjuk, hogy azok kisebbek, mint 30 mm, kivéve a 65-3050-es pontot, ahol ez keleti irányban -42 mm, ami kiugró érték (a lineáris eltérés 48 mm). A 65-3050 a Sas-hegyen lévő OGPSH keretpont (korábbi neve: BUDA), amely nem rendelkezik eredeti (1970-es) mérésből EOV koordinátákkal, hanem azokat utólag határozták meg (valószínűleg GPS méréssel). A mérést az MH TÁTI végezte, de ennek dokumentációját nem sikerült fellelni, így az EOV koordinátákat terhelő hiba okát nem tudjuk vizsgálni. A továbbiakban ezért a 65-3050 pontot nem vonjuk be a GPS-EOV transzformációba (ez volt a javaslatunk az adatgazda felé is), viszont bevonjuk az újonnan meghatározott 65-4011 ún. főpontot, amelynek eredeti koordinátái (mind a centrális, mint az EOVA rendszerben) „jól ismertek”. (A centrális rendszerben mindkét koordináta zérus; a főpont EOV y koordinátája kereken 650000 méter, ami az EOV koordináta-rendszer keleti irányú eltolását jelzi.) Ugyanezen okból nem vonjuk be a továbbiakban a 65-40112 pontot sem. Ha így végezzük el most az átszámítást (az említett két pont kihagyásával; 9. ábra, jobb oldal), akkor a maradék ellentmondások 25 mm alatt lesznek, a vízszintes illeszkedés középhibája pedig a korábbi 15 mm-ről 11 mm-re csökken.

Amennyiben még jobb illeszkedést kívánunk helyileg elérni, akkor a maradék ellentmondások alapján valamilyen interpolációs eljárással egy pótlólagos javítással láthatjuk el a transzformált koordinátákat. Ezt az eljárást esetünkben a 65-4011/1 pillér esetében tesztelni tudjuk, mivel a mérési kampány idején a pillér ETRS koordinátáit is meghatároztuk. Amennyiben csak a szokásos módon, 7 paraméter alapján transzformálunk, akkor a pillér ismert koordinátáit dy = –17 mm és dx = +4 mm eltéréssel kapjuk meg. Ha interpolációt is végzünk, akkor a (főpont közvetlen közelében lévő) pillér koordinátáit dy = +2 mm és dx = –5 mm eltéréssel kapjuk.



10. ábra A centrális hálózat elsőrendű transzformációs közös pontjai

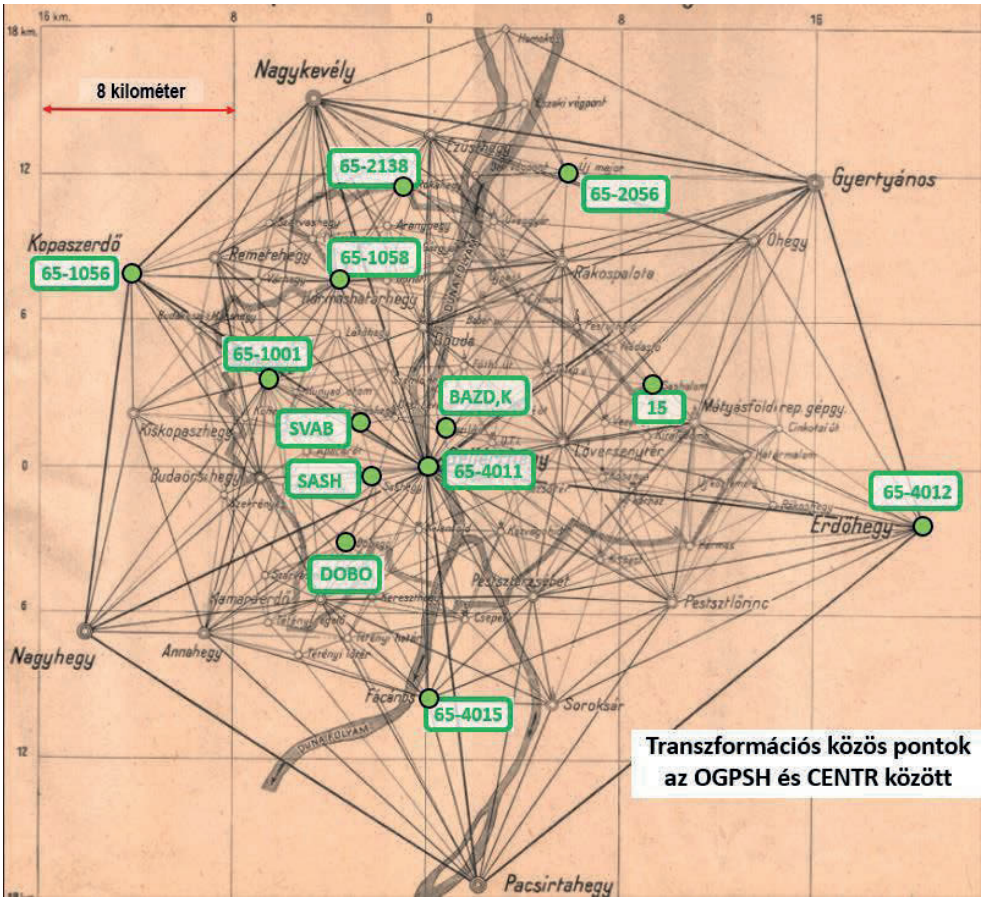
A következőkben azt vizsgáljuk meg, miként illeszkednek a centrális hálózat elsőrendű pontjai a különböző hálózatokban. Hét ilyen pontról lenne szó (10. ábra), de a Sóskút közelében lévő *Nagyhegy* nevű pont katonai területen volt/van, feltehetően ezért nem vonták be az EOVA-ba, így az nem használható a transzformációkhoz. Helyette a közeli *Annahegy* pontot szerepeltetjük (EOVA pontszáma 65-3014), ez a pont azonban GPS-szel nem mérhető. Ugyanez a helyzet a *Nagykevély* nevű centrális alapponttal, amely része az EOVA-nak (65-1012), de ETRS koordinátái nincsenek.

Vegyük először az OGPSH-EOVA transzformációt, amelynek 5 közös pontja van (a *10. ábrán* piros színnel jelölve). Az illeszkedés vízszintes középhibája 16 mm (ami jó eredmény ilyen nagy lefedettségű területen), a legnagyobb javítás a 65-4011-es pontnál van keleti irányban 44 mm (vegyük figyelembe, hogy nem azonos időpontúak az ETRS koordináták). A maradék ellentmondások abszolút értékének átlaga y irányban 18 mm, x irányban 16 mm.

Térjünk most át az EOVA-CENTR transzformációra, amelybe mind a 7 pont bevonható. A maradék ellentmondások abszolút

értékének átlaga y irányban 20 mm, x irányban viszont jelentősen nőtt: 55 mm. A legnagyobb maradék ellentmondást x irányban a Gyertyános (65-2011) pontnál tapasztaljuk, ez a pont „kilóg”, bárhogyan is választjuk meg a közös pontokat. Ez azért meglepő, mert az előző transzformációnál ez a pont megfelelően illeszkedett. Mi történhetett a két hálózat (centrális, EOVA) mérése között? A pontleírás szerint 1956-ban a pontot újraállandósították (sajnos, ez történt az EOVA mérésekor minden korábbi hálózati ponttal). Nem zárható ki, hogy az újbóli állandósítás „pontatlan” volt, ezért nem tekinthető azonosnak a pont. Nem tudjuk az okot ma már egyértelműen kideríteni, viszont ezen pont centrális koordinátáit semmilyen további átszámításhoz nem tudjuk felhasználni. Az említett pont nélkül (6 közös ponttal) folytatva a transzformációs paraméterek számítását, most az 55-2012 lesz a „kilógó” pont, 79 mm-es északi irányú javítással.

Ha elvégezzük az OGPSH-CENTR transzformációt (amelynek 5 közös pontja van), ugyanezt tapasztaljuk: a 65-2011 (északi) maradék ellentmondása itt 81 mm, ami a már levont következtetést erősíti: a pont centrális koordinátái nem használhatók a jövőben. Ha tehát kihagyjuk az OGPSH-CENTR átszámításból ezt a pontot, akkor 4 pontunk marad; itt ismét az 55-2012-nél keletkezik a legnagyobb maradék hiba: 62 mm, aminek nagysága hasonló okot sejtet, mint a kihagyott pont esetében.



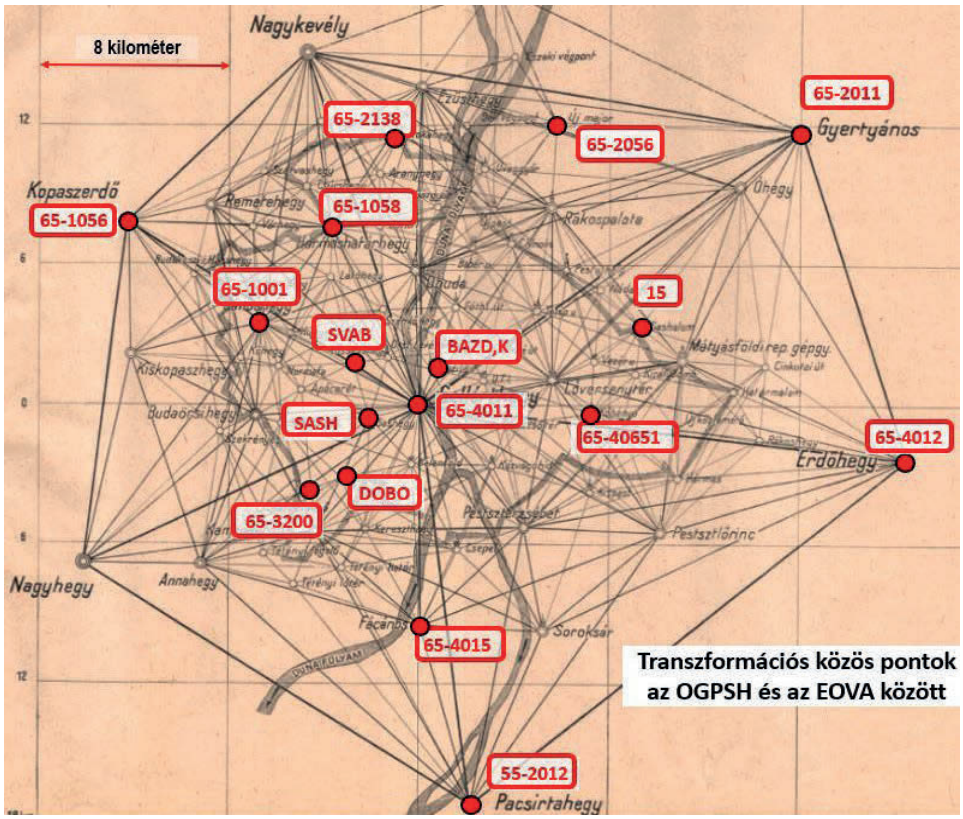
11. ábra Az OGPSH és a centrális hálózat közös transzformációs pontjai

3. Az OGPSH-CENTR transzformáció eredményei

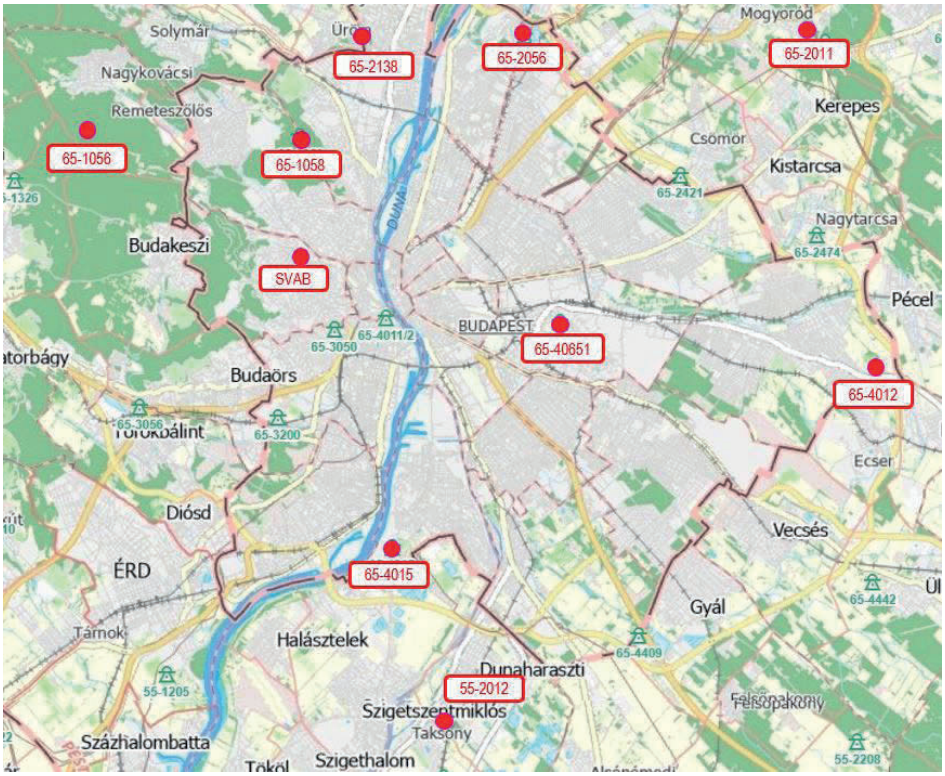
Az előző fejezetben kifejtett indokok alapján hibásnak minősített két pont (65-2011, 55-2012) kiejtése után 14 közös pontunk maradt az OGPSH és a centrális rendszer közötti átszámításhoz (11. ábra). Ezek közül 6 pont a Fővárosi Földhivatal által még 1998-ban mért GPS-pont, 7 pont ETRS89/ETRF2000 koordinátái pedig a 2023. évi saját GNSS kampányból erednek, egy pontot pedig utólag mértünk meg GNSS-szel (DOBO). Itt jegyezzük meg, hogy 1998-ban nem az ETRF2000 rendszerben határoztak meg ETRS89 koordinátákat (hanem egy korábbiban), így ezeket át kellett számítani az újabb rendszerbe. Másik kiegészítő információ, hogy a Bazilika és a Sashegy esetében nem az 1936. évi centrális koordinátákat használtuk fel, hanem azoknak az M4 metró építése idején pontosított értékét.

Annak ellenére, hogy nagy (mintegy 30 km-es átmérőjű) területet fednek le a pontok és nemcsak a két hálózat alapmérése között teltek el évtizedek, de az azonos típusú mérés is különböző időpontokban zajlott, meglepően jó a 14 pont illeszkedésének vízszintes középhibája: 14 mm. A legnagyobb maradék ellentmondások (48 mm, ill. 40 mm) a 65-2138, illetve a 65-1056 pontoknál jelentkeznek. A maradék ellentmondások abszolút értékének átlaga y irányban 16 mm, x irányban 20 mm.

Tudomásunk szerint most első ízben került sor a főváros területén az ETRS89 és a centrális rendszer közötti transzformációs paraméterek meghatározására. Ennek az a jelentősége, hogy ha a régi budapesti kataszteri térképen szereplő, illetve eredeti centrális koordinátákkal rendelkező objektumot kell kitűzni, azt nem kell két lépésben (CENTR-EOV, EOV-ETRS) megoldani, hanem közvetlenül is megoldható. Fordítva is: a GNSS technikával mért koordináták közvetlenül átvihetők a centrális rendszerbe.



12. ábra Az OGPSH és az EOVA közös transzformációs pontjai



13. ábra *Szintezett magassággal rendelkező GPS-EOV közös vizsgálati pontok*

4. Az OGPSH-EOVA transzformáció eredményei

Az OGPSH és az EOVA között 18 viszonylag jól illeszkedő közös pontot találtunk (12. ábra). Ezen pontok is lefedik a főváros teljes területét. Az illeszkedés vízszintes középhibája 14 mm. A két legnagyobb maradék hibával bíró pont a 65-1056 (42 mm) és a 65-1058 (39 mm). A maradék ellentmondások abszolút értékének átlaga y irányban 22 mm, x irányban 17 mm. Ezen értékek az országos átlagnál lényegesen kisebbek és jól egyeznek Virág Gábor kutatási eredményeivel (Virág 1999).

A 18 pont között 10 olyan van, amelyek magasságát szintezéssel újramérték (13. ábra). Végezzünk most valódi 3D-s Helmert transzformációt, amikor a magasságokat is figyelembe vesszük. A szokásos megoldásnál a szintezett magasságot azonosnak vesszük a helyi ellipszoid feletti magassággal. Ekkor a 2. táblázat második és harmadik oszlopában szereplő maradék ellentmondásokat kapjuk. A vízszintes értelmű maradék ellentmondások abszolút értékének átlaga 24 mm, illetve 23 mm, míg a magasságiaké 46 mm. A terjedelem (a legnagyobb és legkisebb érték különbségének) összehasonlításánál is azt tapasztaljuk, hogy az magassági értelemben kétszerese a vízszintesnek. Ennek oka az, hogy nem vettük figyelembe a geoid modellt, ami ilyen nagy területen végzett lokális transzformációnál elengedhetetlen. Dr. Tóth Gyula BME-s kollégánk szíves közlésével három geoid-modellből képzett magasságokat kaptunk a pontokra (Tóth 2022), így a helyi ellipszoid feletti magasságot a szintezett érték és a geoidunduláció összegeként képezhettük. Az így keletkezett magassági értelmű maradék ellentmondások két esetben (2. táblázat 5. és 6. oszlopa) nagyságrendileg hasonlók a vízszintesekhez. A legújabb geoidmodell alkalmazásával azonban nőnek ezek az értékek (7. oszlopban), mert a geoidmodell finomodott és figyelembe vette az időközi magassági változásokat, a szintezést és a GPS-mérést azonban nem ismételtük meg, így annak eredménye egy időben korábbi állapotot rögzít.

Táblázat 2. Maradék ellentmondások 10 fővárosi OGPSH-EOVA közös pontnál 3D-s lokális Helmert transzformáció után, geoid nélkül és három különböző geoid-modellel

	Geoidmodell nélkül			**BME2007**	**EGM2008**	**BME2015**
Pontszám	v_y	v_x	v_H	v_H	v_H	v_H
65-4012	-0,019	-0,025	-0,075	0,004	-0,030	-0,040
65-4015	-0,010	0,036	0,017	-0,022	-0,008	-0,003
65-2011	-0,023	0,020	-0,019	0,005	-0,016	-0,039
65-1058	0,045	0,033	-0,040	-0,006	-0,004	-0,004
65-1056	-0,034	-0,037	-0,035	0,033	-0,016	-0,045
65-40651	0,033	0,001	0,061	0,033	0,058	0,064
55-2012	-0,010	-0,020	0,031	-0,004	0,002	0,007
65-2138	0,037	0,006	0,015	-0,040	-0,015	0,009
65-2056	-0,023	0,017	0,105	-0,008	0,034	0,064
SVAB	0,004	-0,030	-0,060	0,004	-0,005	-0,013
Absz. átlag	**0,024**	**0,023**	**0,046**	**0,016**	**0,019**	**0,029**
Terjedelem	**0,079**	**0,073**	**0,180**	**0,073**	**0,088**	**0,109**

20 km-es átmérőnél nagyobb területen alkalmazott lokális transzformációnál (esetünkben 34 km a legtávolabbi pontok távolsága) tehát figyelembe veendő a geoidmodell is. Minden geodéziai transzformációra igaz, hogy a forrás- és célrendszer alappontjait közel azonos epochájú méréstechnikával és modellel kellene meghatározni, ami esetünkben nem teljesül.

5. A CENTR-EOVA transzformáció eredményei

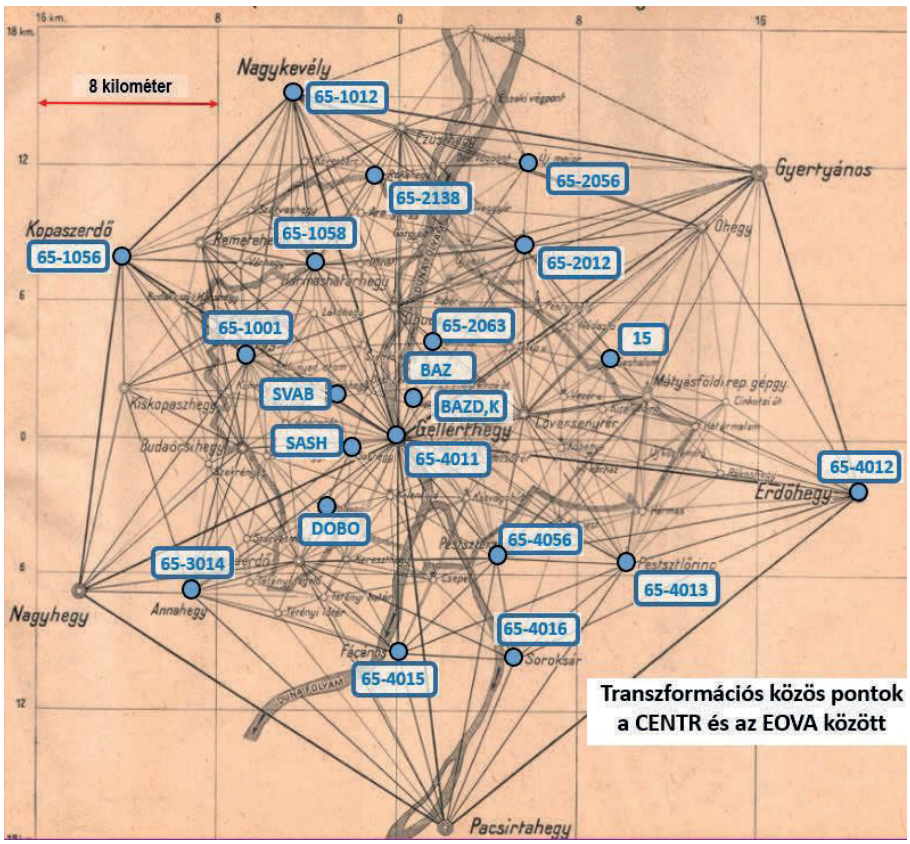
A városi centrális rendszer és az EOVA között 25 közös pontunk van, azonban négy pontunknál a maradék ellentmondások meghaladják a 6 centimétert (65-2064, 65-2014, 55-2012, 65-2056). Ha ezeket töröljük, 21 közös pontunk marad (14. ábra). Az illeszkedés vízszintes középhibája 16 mm. A maximális maradék ellentmondások: 59 mm (65-2138) és 52 mm (65-2012). A maradék ellentmondások abszolút értékének átlaga y irányban 20 mm, x irányban is 20 mm.

6. Kétféle méréstechnika összehasonlítása transzformációval

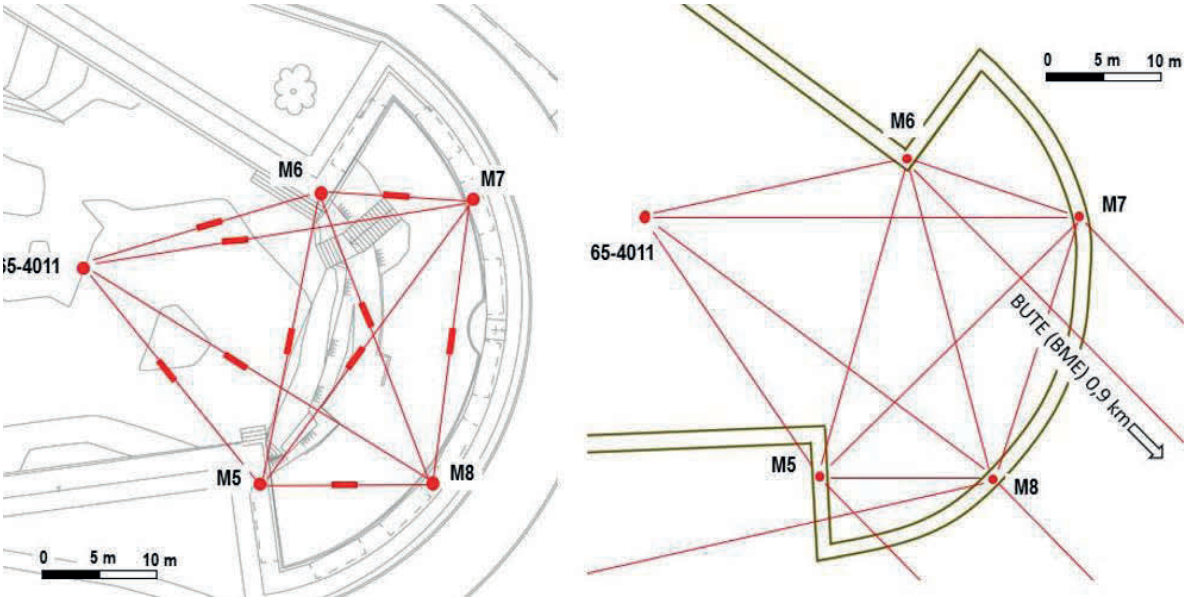
A Citadella tetején egy öt pontból álló mikrohálózatot GNSS technológiával és mérőállomásos technológiával mértünk meg,

két különböző mérőnapon (15. ábra). Mindkét esetben szélső pontosságra törekedtünk. A GNSS mérésnél körgyűrű antennás GPS-Glonass vevőt használtunk a 6 órás időtartamú statikus méréshez.

A mérőállomás iránymérési középhibája 1”, távmérési középhibája 1 mm +1,5 ppm, álláspontonként négyfordulós mérés történt, a hálózatot vízszintesen irány- és távméréses hálózatként, magasságilag trigonometriai hálózatként egyenlítettük ki. Négy mellvédponton pillérállvánnyal, egy ponton optikai vetítős műszerállvánnyal álltunk pontra. Minden ponton szabatos szintezéssel határoztuk meg utólag a műszermagasságot. Az illeszkedés vízszintes középhibája 0,6 mm, a magassági középhiba 0,2 mm. A maximális maradék ellentmondások vízszintesen 1,2 mm, magasságilag 0,5 mm. A maradék ellentmondások abszolút értékének átlaga y irányban 0,7 mm, x irányban 0,5 mm, magasságilag 0,25 mm.



14. ábra A centrális hálózat és az EOVA közös transzformációs pontjai



15. ábra Kétféle (mérőállomásos és GNSS) technológiával mért mikrohálózat meghatározási tervei

7. Összefoglalás

A GNSS előtti időszakban Budapest területén két vízszintes alapponthálózat is használatban volt: az 1930-as években létrehozott városi centrális rendszer (CENTR) és az 1972-ben véglegesített EOVA felsőrendű hálózata. E két régebbi hálózat több pontjának ETRS89 rendszerű koordinátáit GNSS technológiával is sikerült megmérni, ami pontossági összehasonlításra ad lehetőséget. Bár nem ideális állapotból indultunk (nem azonos időpontú mérésekből származó koordinátákat hasonlítunk össze), azt a tapasztalati véleményt igazoltuk, hogy a budapesti centrális hálózat ugyanolyan jó, mint az EOVA. Az OGPSH-CENTR transzformációs paraméterek speciális esetekben segíthetik a korábbi rendszerű fővárosi térképi adatok és a GNSS technológia együttes használatát.

Köszönetnyilvánítás

A fővárosi alappontok eredeti (centrális és EOVA) pontleírásainak és koordináta-jegyzékeinek szolgáltatását köszönjük a Budapest Főváros Kormányhivatala Földhivatali Főosztály Földmérési Osztály munkatársainak: *Kiss István* osztályvezetőnek, *Körblné Németh Éva* korábbi szakfelügyelőnek és *Kocsis Balázs* ügyintézőnek.

A metróépítésnél használt koordináták és munkarészek átadását köszönjük *Bényi László* kollégának.

A saját GNSS mérésben való közreműködést köszönjük *Fehér Balázs, Szentgyörgyvölgyi Pál, Hrutka Bence, Égető Csaba, Rózsa Szabolcs, Molnár Gábor Péter* és *Tóth Sándor* kollégáinknak.

A multi-GNSS vevők baráti kölcsönzését köszönjük *Forgó Zoltán* és *Strung Csaba* kollégáknak.

A geoidundulációk számítását köszönjük *Tóth Gyula* kollégánknak.

Irodalomjegyzék

Ádám J., Bányai L., Borza T., Busics Gy., Kenyeres A., Krauter A., Takács B. (2004): Műholdas helymeghatározás. *Műegyetemi Kiadó, Budapest, 2004.* 458 old.

Borza Tibor (1998): Elkészült az országos GPS hálózat. Geodézia és Kartográfia, 1998/1, 8-13.

Borza Tibor, Kenyeres Ambrus, Virág Gábor (2007): Műholdas geodéziai vonatkoztatási rendszerünk (ETRS89) felújítása. *Geodézia és Kartográfia, 2007/10.* 40-48.

Busics György (2000): Terepgyakorlat külső segítséggel. *Geodézia és Kartográfia, 2000/1.* 36-40.

Busics György (2005): Az ETRS89 és a HD72 rendszerek közötti térbeli hasonlósági transzformáció néhány gyakorlati kérdése. *Geodézia és Kartográfia, 2005/1.* 14-19.

Busics György, Égető Csaba, Rózsa Szabolcs, Tóth Zoltán (2025): OGPSH pont pótlása a Gellért-hegyen. *Geodézia és Kartográfia, 2025/3.* 4-10.

Busics György, Égető Csaba, Rózsa Szabolcs, Tóth Zoltán (2026): Új pillér és új irányzóhenger a Gellért-hegyen. *Geodézia és Kartográfia, 2026/1.* 17-23.

Gazsó Miklós, Borza Tibor, Busics Imre, Fejes István (1992): A GPS mozgásvizsgálati program és földtani alapjai Magyarországon. *Geodézia és Kartográfia, 1992/2,* 73-85.

Gyenes Róbert, Kulcsár Attila (2007): Koordináta transzformációk: elmélet és gyakorlat. *GIS Open 2007 konferencia kiadványa, Székesfehérvár, 2007.* www.gisopen.hu

Papp Gyula (1949): Budapest háromszögelése. *Geodézia és Kartográfia, 1949/1-2.* 1-14.

Takács Bence, Siki Zoltán (2025): Centiméter pontos EOV átszámítás szabadon. *Geodézia és Kartográfia, 2025/2.* 4-9.

Tóth Gyula (2022): A nehézségi erőtér gradienseinek jelentősége és felhasználása a felsőgeodézia és a fizika egyes területein. MTA doktori értekezés. *https://real-d.mtak.hu/1509/7/toth.gyula.2_46_22_doktori_mu.pdf*

Virág Gábor (1999): Az Egységes Országos Vízszintes Alaphálózat vizsgálata az OGPSH tükrében. *Geodézia és Kartográfia, 1999/5.* 22-29.

Virág Gábor, Borza Tibor (2007): Speciális transzformációs eljárások a valós idejű GNSS helymeghatározásnál. *Geomatikai közlemények X,* 59-65.

A GEODÉZIA ÉS KARTOGRÁFIA SZERKESZTŐSÉGE VÁRJA TUDOMÁNYOS ÉS SZAKMAI CIKKEK, VALAMINT ISMERETTERJESZTŐ ÉS SZAKMAI ÉRDEKESSÉGEKET BEMUTATÓ SZEMLECIKKEK KÉZIRATÁT.

ELÉRHETŐSÉGEINK:
E-MAIL: MFTTT.TITKARSAG@GMAIL.COM
WEB: HTTPS://OJS.ELTE.HU/GEODEZIAESKARTOGRAFIA
KÉZIRATOKAT AZ INFORMÁCIÓ>BEKÜLDÉSEK MENÜPONT ALATT LEHET FELTÖLTENI.

MFTTT

MFTTT vezetősége