

Pontfelhők geometriai és attribútumtorzulásai

OLÁH Szeverin¹, KOZMA Katalin², BARSÍ Árpád³

¹ Széchenyi István Egyetem, Multidiszciplináris Műszaki Tudományi Doktori Iskola

² Széchenyi István Egyetem, Alkalmazott Fenntarthatóság Tanszék

³ Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Fotogrammetria és Térinformatika Tanszék

E-mail: barsi.arpad@emk.bme.hu

DOI: [10.30921/GK.77.2025.3.3](https://doi.org/10.30921/GK.77.2025.3.3)

Absztrakt

A cikk a pontfelhőkben megjelenő geometriai és attribútumtorzulásokkal foglalkozik, amelyek az adatgyűjtés és feldolgozás különböző szakaszaiban jelentkezhetnek. A szerzők bemutatják a torzulások fő forrásait – például a szenzorok technológiai korlátait, a mérőplatform mozgását vagy a környezeti tényezők hatásait –, valamint azok hatását a pontsűrűsége, az adateloszlásra és az attribútumok megbízhatóságára. Részletesen ismertetik a torzulások kvantitatív értékelésére szolgáló statisztikai módszereket (pl. Getis–Ord G_i^* , Moran-féle I , Gini-együttható), amelyek segítségével a hibák számszerűen jellemezhetők és korrigálhatók. A tanulmány hangsúlyozza, hogy a torzulások elemzése és kezelése elengedhetetlen a pontosabb térbeli modellek és megbízhatóbb térinformatikai elemzések létrehozásához.

Abstract

The paper addresses geometric and attribute distortions in point clouds, which can arise at various stages of data acquisition and processing. The authors present the main sources of distortions—such as sensor limitations, platform movement, and environmental influences—and their impact on point density, data distribution, and attribute reliability. They detail statistical methods for quantitative evaluation of distortions (e.g., Getis–Ord G_i^* , Moran’s I , Gini coefficient), which allow systematic measurement and correction of errors. The study emphasizes that analyzing and mitigating distortions is essential for creating more accurate spatial models and producing reliable geoinformatics analyses.

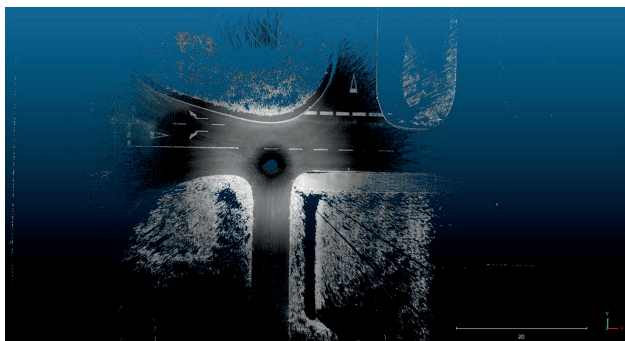
1. Bevezetés

A pontfelhő egy olyan digitális adatszerkezet, amely térbeli koordináták (x , y , z) halmazát tartalmazza és egy objektum vagy környezet háromdimenziós reprezentációját teszi lehetővé (Elharrouss et al. 2023; Guo et al. 2021; Rusu et al. 2008). A pontok nem csupán geometriai pozícióval rendelkezhetnek, hanem különböző attribútumokkal is kiegészíthetők, mint például visszaverődési intenzitás, színinformáció (RGB), osztályozási címkék vagy normálvektorok. A pontfelhő tehát nem csupán egyszerű koordináta-halmaz, hanem olyan gazdag, sokdimenziós adatformátum, amely számos tudományterület és iparág számára szolgál kiindulópontként (Dumic – da Silva Cruz 2025; Woo et al. 2023; Zhu et al. 2024). Az ilyen adatok nyerésére számos eljárás létezik. A leggyakrabban alkalmazott technológiák közé tartozik a lézerszkennelés (Vierling et al. 2008), a fotogrammetria (Wu 2021), a strukturált fényvetítés (Jacobs et al. 2023), valamint a mobil térképezés (Elhashash, Albanwan, and Qin 2022). Ezek az eszközök és eljárások lehetővé teszik, hogy nagy mennyiségű, részletes 3D információt gyűjtsünk be rövid idő alatt – akár városi környezetekről, épületekről (Wang et al. 2018) vagy természetes tájakról is

(Saritha et al. 2021). A nyers pontfelhők szinte minden esetben különféle torzulásokat tartalmaznak, amelyek jelentősen befolyásolhatják a további feldolgozási és elemzési eredményeket. Ezek a torzulások részben az adatgyűjtés technológiai korlátaiból, részben a mérési környezet sajátosságaiból és részben a feldolgozási eljárásokból erednek. A pontfelhők torzulásainak megértése és kvantitatív jellemzése kulcsfontosságú a hibás vagy torzított adatok felismerése, javítása, illetve az eredmények megbízhatóságának növelése szempontjából. Bár a pontfelhők előállítása technológiailag kifinomult rendszerekhez kötött, a nyers pontfelhők minősége gyakran jelentős torzulásokat és egyenetlenségeket hordozhatnak (Ding et al. 2024; Wang et al. 2024).

2. A pontfelhő torzulásainak okai

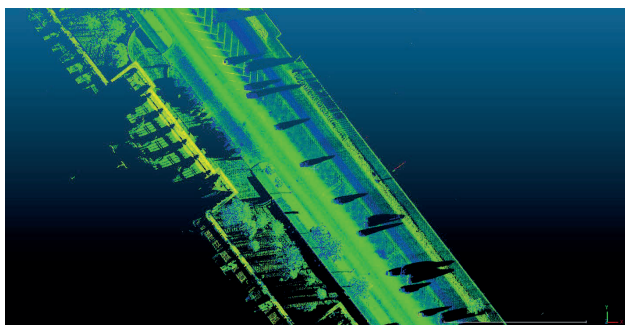
A pontfelhők torzulásai több forrásból származhatnak. Legyen szó lézerszkennelésről, fotogrammetriáról vagy egyéb távolságmérési eljárásról, a használt eszközök pontossága és felbontása véges (Maskeliūnas et al. 2025; Pirotti et al. 2022). A szenzorok sajátosságai miatt a mintavételezés nem tökéletes. A lézerszkennelés (LiDAR) esetében a kibocsátott nyaláb szóródása,



1. ábra A mérési állásponttól való távoldással csökkenő pontsűrűség és a sugárirányban megjelenő árnyékolt területek – földi lézerskenneres felmérés (TLS) a ZalaZone Smartcity tesztpályán

a szkennelési szög és a távolság miatt a lézernyalábok sűrűsége nem minden irányban és távolságban egyenletes, így már az elsődleges mintavételezés is torz képet adhat. A nagyobb távolságra lévő objektumok esetében a pontsűrűség csökken, a szkennelési szög növekedésével pedig a mért adatok minősége romlik, így a meredek felületek nehezen vagy pontatlanul rögzíthetők, amit a geometriai és időzítési kalibrációk hiányosságai tovább súlyosbítanak (Dayal et al. 2022; van Lier et al. 2021).

Emellett a szenzorok nem megfelelő optikai, geometriai vagy időzítési kalibrációja is okozhat pontatlanságot. További jelentős tényező az adatgyűjtő platform mozgása és elhelyezkedése. A mozgó platformok, például drónok, autók vagy kézben tartott rendszerek alkalmazásakor a platform mozgása is torzulásokat generálhat (Yang et al. 2022). Hosszabb adatgyűjtés során ezek a torzulások összeadódnak és jelentős geometriai hibát eredményeznek. Abban az esetben, ha a platform GNSS-vevője hibásan működik, a georeferált pontfelhő globális pontosságát is veszélyezteti. Különösen kritikus ez akkor, ha több különálló pontfelhőt kell egymáshoz illeszteni, mert a kisebb hibák is összeadódnak és jelentős regisztrációs torzulást eredményeznek. A környezeti tényezők szintén fontos szerepet játszhatnak. A fényviszonyok, a páratartalom, a por, a csapadék vagy a mozgó objektumok mind hatással lehetnek az adatgyűjtés minőségére (Yang et al. 2022). A visszaverődési intenzitás például nagymértékben függ a felület anyagától és dőlésétől; így egy adott pont egyáltalán rögzítésre kerül-e. Árnyékos vagy eltakart



2. ábra Felülnézeti pontfelhő az úttengelytől távolodva csökkenő pontsűrűséggel, valamint árnyékszerű takarásokkal – mobil lézerskennelés eredménye a Műgyetem rakparton

területek, tükröződő felületek (például üveg vagy víz) gyakran nem, vagy csak hibásan jelennek meg a pontfelhőben. A vegetáció szél miatti mozgása vagy egy autó elhaladása pillanatnyi hibákat okoz, amelyek az adott felvételen zajként jelentkeznek.

A pontfelhők torzulása tehát nem egy egyszeri hiba következménye, hanem a komplex adatgyűjtési és feldolgozási lánc különböző fázisaiban fellépő szisztematikus és véletlenszerű tényezők eredménye. Ezen hibák ismerete elengedhetetlen ahhoz, hogy megfelelő statisztikai és geometriai módszerekkel képesek legyünk azokat feltárni és korrigálni, illetve az adatminőséget célzottan tudjuk javítani.

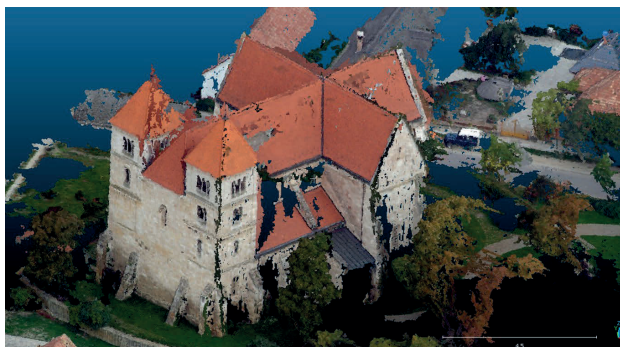
3. A torzulások fő típusai a pontfelhőkben

A pontfelhő, mint mintavételezett jel, a mintavételezés diszkrét jellege miatt hibával terhelt, így lokális szélsőértékek meghatározására nem alkalmas (Földváry, 2021). Emellett, a pontfelhők különböző elvi és technikai okoknál fogva torzulásokkal terhelték. A különböző forrásokból származó torzulások többféle formában jelennek meg a pontfelhőkben és ezek közül különösen azok a hibák jelentenek kihívást, amelyek a pontok térbeli eloszlását, sűrűségét és attribútumait érintik.

A pontsűrűség inhomogenitása az egyik leggyakoribb jelenség. Az adatgyűjtő rendszerek látómezejéből, távolságfüggéséből és mozgásából adódóan gyakran fordul elő, hogy az egyes felületek nem egyenletesen kerülnek mintavételezésre (Petras et al. 2023). Tipikus példa erre a távolsággal csökkenő felbontás: a szenzorhoz közeli tárgyak nagy pontsűrűséggel jelennek meg, míg a távolabbi felületek sokkal ritkábbá válnak. Ezen felül a látószög és az árnyékhatások is hatással vannak arra, hogy a felületek milyen részletességgel rögzülnek, ami különösen domborzati felmérések vagy épített környezetek esetén jelent problémát (McDermott – Rife 2022). Az így kialakuló „sűrű foltok” és „ritka zónák” nemcsak vizuálisan zavarók, hanem a legtöbb geometriai feldolgozási algoritmus működését is megnehezítik, mivel azok gyakran egyenletes pontsűrűséget tételeznek fel.



3. ábra A BME Központi épületének homlokzatáról készült TLS-felvétel – részleges takarásokkal, egyenletlen ponteloszlással és hiányos visszaverődésekkel



4. ábra Fotogrammetriai rekonstrukció az ócsai templomról kisrepülőgépes légifelvételek alapján – jól láthatók a lyukak a pontfelhőben

További probléma a mintavételezési zajokból, az úgynevezett adatlyukakból származó, hiányzó pontok. A véletlenszerűen elhelyezkedő, nem valós geometriai felülethez tartozó pontok a zaj klasszikus példái, melyek általában visszaverődésből, légköri szennyeződésből vagy mozgó objektumokból származnak (Gao et al. 2021). Ezek gyakran szórta, rendezetlenül jelennek meg, és zavarják a felszín topológiai és morfológiai értelmezését. Az adatlyukak pedig azok a régiók, ahol a szenzor nem tudott adatot rögzíteni, például árnyékban, meredek szögű felületeken vagy ha az adott terület takarásban volt (Doria and Radke 2012). Az így kialakuló adatlyukak az inhomogén pontsűrűséghez hasonlóan a felhasználást nehezítik meg. Ezek lehetnek kis méretű lokális hiányok, például egy fa lombkoronájának rései, vagy nagyobb kiterjedésű területek, ahol az érzékelés valamilyen okból megghiúsult. Ezek a hiányosságok nehezen kezelhetők, ha a cél egybefüggő, teljes pontfelhő létrehozása.

További probléma, amikor a pontokhoz kapcsolódó intenzitás, szín vagy osztályozási címke nem minden esetben fedti pontosan a valóságot (Julin et al. 2020). A LiDAR-eszközök által mért visszaverődési intenzitás például érzékenyen reagál a felület típusára, dőlésére és a távolságára is, így ugyanarról az objektumról mért pontok a különböző helyzetekből más-más értékeket vehetnek fel. Hasonló hibák tapasztalhatók a színinformációk esetén is, főként fotogrammetriai adatoknál, ahol a pontszínek a képek visszavetítéséből származnak, így az árnyékos, túlvilágított vagy gyenge kontrasztú régiók pontjai nem megfelelő színattribútummal kerülnek a pontfelhőbe. A gépi tanulóval végzett osztályozás vagy szegmentálás során előforduló hibás címkézés szintén torzíja az attribútumtérképet és megnehezíti az automatikus feldolgozást.

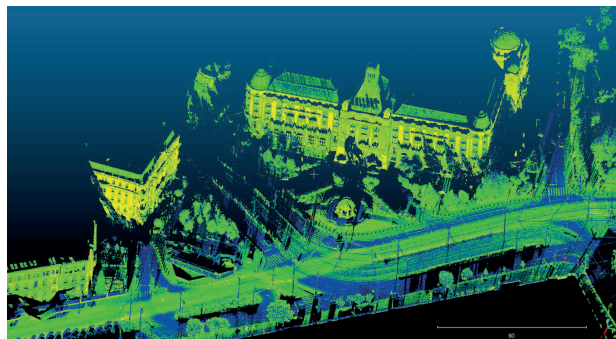
4. A torzulások kvantitatív mérése

A pontfelhők minőségének értékeléséhez nem elegendő a vizuális ellenőrzés; elengedhetetlen a torzulások objektív jellemzése mérőszámokkal is. Ehhez különböző statisztikai és térbeli mutatók állnak rendelkezésre, amelyek segítségével meghatározható a mintavétel egyenletessége, a zaj mértéke, valamint az attribútumok megbízhatósága. A kvantitatív mérések lehetőséget adnak a torzulások rendszerszintű feltérképezésére és célzott korrekciójára. A legegyszerűbb, mégis sokatmondó

mérőszám a lokális pontsűrűség, amely megmutatja, hogy adott térbeli egységen belül hány pont található (Vo et al. 2021).

A térben lokálisan változó pontsűrűség már önmagában jelzi a torz eloszlás problémáját, amely a mintavétel fizikai körülményeiből (pl. távolság, szög, platformmozgás) fakadhat. A lokális pontsűrűség számítására két fő megközelítés használható: a k -legközelebbi szomszéd keresése (k -NN) vagy adott sugarú gömbben elhelyezkedő pontok megszámlálása. Szintén informatív a pontsűrűség szórásának kiszámítása az egész pontfelhőre vagy annak részeire (Darrah et al. 2022). A nagy szórás azt jelzi, hogy az adatok eloszlása egyenetlen, ami torzulásra utal. A pontsűrűség eloszlásának szemléltetésére kiválóan alkalmasak a sűrűségi hisztogramok és térképek. Ezek a vizualizációk rávilágítanak azokra a területekre, ahol a mintavételezés nem kielégítő, például ritka zónák vagy túlszűfolt régiók formájában. Az ilyen térképek nemcsak az eloszlásméréshez nyújtanak támpontot, hanem lehetővé teszik a célzott beavatkozásokat is.

A kvantitatív elemzést tovább bővítik a térbeli autokorrelációs statisztikák, például a térinformatikában használt Moran's I vagy a Getis-Ord G_i^* mérőszámok, amelyek azt vizsgálják, hogy a torzulások véletlenszerűen oszlanak-e el a térben vagy inkább klaszteresedve, lokálisan halmozódnak fel (Shirowzhan and Lim 2014). A Moran's I statisztika megmutatja, hogy a sűrű vagy ritka pontok térben csoportosulnak-e vagy véletlenszerűen oszlanak el. A szintén az egyenlőtlen mérésre szolgáló Gini-együttható a pontsűrűség eloszlásának kvantitatív jellemzésére is alkalmazható. A Gini-együttható értéke 0 (teljes egyenletesség) és 1 (teljes koncentráció) között mozog (Valbuena et al. 2016). Ezek a mutatók fontosak lehetnek akkor, ha a hibák forrása valamilyen szabályos hatás, például a platform mozgásából fakadó ismétlődő irányeltérés. Az ilyen statisztikák segítségével tehát nemcsak a torzulások mértéke, hanem azok térbeli mintázata is kimutatható. Az intenzitás, RGB-színek vagy osztályozási címkék statisztikai jellemzői (pl. szórás, hiányosság, anomáliák) sokat elárulnak arról, hogy az adott pontfelhő mennyire megbízható az adott feldolgozási célt tekintve. Ha az attribútumok inkoherensek vagy túlzott eltéréseket mutatnak, az a feldolgozás pontosságát is veszélyezteti.



5. ábra A Szent Gellért tér perspektivikus nézete mobil lézerszkennelt pontfelhőn – takart részekkel és térbeli inhomogenitásokkal

5. A torzulások modellezése

Az eddigiekben leírt hibahatások számszerű kiértékelése céljából a fontosabb jellemzők numerikus áttekintését nyújtjuk a következő fejezetben.

5.1. Getis–Ord G_i^* (lokális hot spot analízis pontsűrűséghez)

Arthur Getis és J. Keith Ord statisztikusok által kifejlesztett módszereket általában a „hot spot” elemzésekhez használják, tehát olyan pontcsoportok beazonosítására, amelyek kiemelkedően magas vagy alacsony értékű jellemzőikkel statisztikailag szignifikáns módon egy vagy több gócpont körül csoportosulnak (Shirowzhan and Lim 2014). Ez tehát a térbeli klasztereződés statisztikai jellemzésére alkalmas. Képletszerűen:

$$G_i^* = \frac{\sum_{j=1}^n w_{ij} x_j - \bar{x} \sum_{j=1}^n w_{ij}}{S \sqrt{\frac{n \sum_{j=1}^n w_{ij}^2 - (\sum_{j=1}^n w_{ij})^2}{n-1}}} \quad (1)$$

ahol x_j a j -edik pont attribútumértéke, w_{ij} a térbeli súlymátrix megfelelő eleme, n a vizsgált pontok száma, \bar{x} az x_j attribútum értékek átlaga, S pedig ezek szórása.

Az ún. z -teszttel annak a valószínűségét lehet vizsgálni, hogy egy minta egy adott populációból származik-e. A Getis–Ord G_i^* statisztika gyakorlatilag az adathalmaz attribútumértékére kapott z -szám. Egy statisztikailag szignifikáns „hot spot” beazonosítása olyan helyként történik, amely nagy z -értékű és a szomszédos pontok is nagy z -értékűek. Tehát a statisztikailag szignifikáns pozitív z -számok esetében minél nagyobb a z -szám, annál intenzívebbek a magas értékek, vagyis a pontfelhő azon része klaszteresedett.

5.2. Moran-féle I (globális és lokális térbeli autokorreláció)

A statisztikában a Moran-féle I a térbeli autokorreláció mérőszáma (Patrick Alfred Pierce Moran neve után, aki a mérőszámot kidolgozta). A térbeli autokorreláció (mint azt a neve is sugallja) térben közeli helyek közötti korreláció, amely általánosságban többdimenziós (multidimenzionális) és többirányú (multidirekcionális).

Megkülönböztetünk globális és lokális autokorrelációt. A globális Moran-féle térbeli autokorrelációs elemzés az adatok homogén eloszlását feltételezi, ezért egy statisztikát ad a teljes vizsgálati terület összegzésére. A globális Moran-féle I számítása (Shirowzhan and Lim 2014):

$$I = \frac{N}{W} \cdot \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{ij} (x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (2)$$

Ha ez a feltételezés nem áll fenn, és nincs globális autokorreláció vagy klaszteresedés, akkor lokális klasztereket a Moran-féle autokorrelációs elemzés lokális változatával az ún. LISA (Local

Indicators of Spatial Association) módszerrel, a lokális Moran-féle I_i autokorrelációs együtthatóval határozhatjuk meg (Shirowzhan and Lim 2014):

$$I_i = \frac{x_i - \bar{x}}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \sum_{j=1}^N w_{ij} (x_j - \bar{x}) \quad (3)$$

Az összefüggésekben N az elemzési egységek száma, a többi változó jelentése pedig megegyezik az 5.1 fejezetben ismertetekkel.

5.3. Gini együttható

A pontsűrűség eloszlásának egyenlőtlenségét a Gini-együttható méri (Valbuena et al. 2016). A Gini-együttható alapvetően egy közgazdasági mérőszám, ami a statisztikai eloszlások egyenlőtlenségeit méri. Leginkább a jövedelem és a vagyon eloszlásának mérésére használják, de alkalmas a mérnöki gyakorlat számára is.

$$G = \frac{1}{2n^2 \bar{x}} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |x_i - x_j| \quad (4)$$

ahol x_i és x_j az i illetve a j területegységhez tartozó attribútumértékeket írja le, egyébként a változók jelentése megfelel a korábban leírtaknak. A módszer az $|x_i - x_j|$, tehát az attribútumértékek különbségeinek abszolút értéke alapján határozza meg a pontsűrűség eloszlásának egyenletességét. A Gini együttható a pontsűrűség eloszlását 0 (egyenletes területi eloszlás) és 1 (egy területre koncentrálódó, egyenlőtlen területi eloszlás) értékek között adja meg.

5.4. LiDAR DEM vertikális hibabecslés

A LiDAR-alapú digitális domborzatmodell (DEM) pontjainak vertikális hibája komplex módon áll össze különböző összetevők eredményeként. A teljes pontonkénti vertikális hiba, ε_T a következőképpen írható fel (Liu et al., 2015):

$$\varepsilon_T = R_T + \varepsilon_T^{\text{szenzor}} + G_T \quad (5)$$

ahol R_T a TIN-model interpolációs hibája, $\varepsilon_T^{\text{szenzor}}$ az érzékelő (szenzor) hibája, G_T a földfelszín (ground) osztályozási hibája. Ezen fogalmak jelentését, értelmezését a következőkben adjuk meg.

A LiDAR érzékelő hibája ($\varepsilon_T^{\text{szenzor}}$) az adatok mérési pontatlanságait foglalja magában. Ezek erednek egyrészt az időzítési és/vagy távolságmérési pontatlanságokból (a lézerezési impulzusok kibocsátásának és visszaverődésének időzítéséből származó mérési hibák), szabályos torzításokból (a LiDAR-rendszer kalibrációs hibái, pl. a lézer irányának vagy a GPS/IMU helyzetmeghatározásának pontatlanságai), továbbá véletlenszerű hibákból (a környezeti hatásokkal pl. légköri viszonyok, fényszóródás járó, determinisztikusan nem számszerűsíthető mérési hibák).

A földfelszín osztályozási hibája (G_T) a terep- és nem terep-pontok elkülönítésének pontatlanságából ered. Az osztályozás hibái miatt előfordulhat, hogy épületek, vegetáció vagy egyéb nem-terepi objektumok pontjai belekerülnek a terep-modellbe, vagy fordítva. Ez az eltérés szisztematikus torzulást eredményezhet a DEM-ben, különösen komplex terepen lehet kritikus.

Az interpolációs hiba (R_T) a DEM készítése során végzett interpoláció (pl. TIN vagy rácsos interpoláció) elkerülhetetlen hibaforrása, amely (mivel a LiDAR pontfelhő pontsűrűsége távolságfüggő, tehát nem homogén eloszlású) térben különböző mértékben jelentkezik. Az interpolációs hiba különösen változatos domborzati formák esetén számottevő. Összességében tehát az interpolációs hiba hatása olyan esetben jelentősebb, amikor a pontok közötti távolság nagyobb vagy a terep gyorsan változik.

Liu et al. (2015) részletesen vizsgálta, hogy hogyan halmozódnak, terjednek tovább a fenti hibák a DEM pontjaira. Az idézett cikk a teljes hiba varianciáját az egyes komponensek varianciájának összeadásával adta meg; feltételezi tehát, hogy a hibaforrások statisztikailag függetlenek, azaz nem korrelálnak egymással:

$$\sigma_T^2 = \sigma_R^2 + \sigma_{\text{szenzor}}^2 + \sigma_G^2 \quad (6)$$

ahol az egyenlet jobb oldalán rendre az interpolációs, a szenzor- és a földfelszín osztályozási hiba szórásnégyzetei (varianciái) szerepelnek. Ezzel a megközelítéssel, tehát a hibakomponensek függetlenségének feltételezésével módszert dolgoztak ki a teljes vertikális hiba becslésére.

5.5. LiDAR felvételezés geometriai torzulásai

A LiDAR felvételezés komplex terepen jelentős geometriai torzulásokat szenvedhet, melyeket különösen a domborzati viszonyok befolyásolnak. Klaas-Witt és Emeis (2022) szerint a torzulások modellezéséhez kétféle arányosságot vettek számításba: a domborzati magasság-szélesség arányt (H/L) és az antennamagasság-szélesség arányt (z/L). Ezek az arányok összefüggenek a LiDAR nyaláb irányának és a domborzati felszín normálvektorának változásával, amely alapvetően befolyásolja a visszaverődési geometria torzulását és ezáltal a mérési pontok térbeli eltolódását.

Ezek megértéséhez előbb vizsgáljuk meg a Gauss-idomokat. Ez a dombformának egy olyan elméleti modellje, amely egy Gauss-görbével (haranggörbével) az alábbi formában írható le (egydimenziós verzió esetén):

$$h(x) = H \cdot e^{-\left(\frac{x}{L}\right)^2} \quad (7)$$

ahol H a Gauss-domb magassága, L pedig a Gauss-domb szélességének a fele. Ezen elméleti modell felhasználásával a terepet egy idealizált, kétdimenziós Gauss-dombként írjuk le. A H/L arány a domborzat relatív meredekségét jellemzi, ahol H a terep referencia sík feletti maximális magassága, L pedig a domb

kiterjedését leíró alakparaméter (a görbe fél-hullámhossza, „szélességének” a fele).

Mivel a domborzat jelentősen befolyásolja a légáramlatok irányát, így közvetetten a LiDAR mérőnyalábjának beesési szögét is módosítja, ami hatással lehet a szélesség-becslés pontosságára. A z/L arány a LiDAR-mérési magasság (z) és a terep vízszintes kiterjedésének jellemző értéke (L) közötti arányt fejezi ki. Ez az arány számszerűsíti, hogy a LiDAR -mérés milyen magasságban történik a dombalakhoz képest, és milyen mértékben érvényesül a domborzat hatása az adott mérési szinten.

A hivatkozott tanulmány numerikus szimulációkat és terepi méréseket egyaránt bemutat, amelyek alapján komplex terepen a teljes geometriai torzulás maximális értékét ~11% találták a terep meredekségétől és a lézersugár beesési szögétől függően.

6. A torzulások számszerűsítése

A különböző bemutatott matematikai eszközök, modellek illusztrálására végül mutatunk egy számszerű példát. Előtte az 1. táblázatban összegezzük az 5. fejezetben bemutatott módszereket, modelleket, statisztikai eszközöket.

Az egyes hibahatások számszerű becslése céljából, egy „tipikus” LiDAR-felvétel esetére végzünk becsléseket. A 2. táblázat egy közepes sűrűségű légifelvételes LiDAR-felmérésre ad becstült értékeket a főbb hibaforrások szerint. A vizsgált felvételezés jellemzői:

- Repülési magasság: 800–1000 m (terep feletti relatív magasság)
- Pontsűrűség: ~8–12 pont/m²
- Sávátfedés: ~30–40%
- Használt szenzor: légi lézerszkennér (ALS), pl. RIEGL vagy Leica scanner

Az eredményül kapott értékeket a 2. táblázat ismerteti. A szakirodalom alapján nyert gyakorlati megjegyzéseket tettünk a táblázat utolsó oszlopában.

7. Összegzés

Az 5. fejezetben bemutatunk matematikai eszközöket egy pontfelhő geometria és attribútum torzulásainak jellemzésére; a 6. fejezetben kísérletet tettünk egy számszerű példára is. A módszerek megismételt ismertetése helyett inkább a számszerű példákkal kapcsolatban tennénk néhány megjegyzést, amely az egyes eszközök gyakorlati alkalmazhatóságára, annak korlátaira is rávilágít. A térbeli statisztikai mérőszámok (Getis Ord G_i^* , Moran-féle I , Moran-féle LISA I_i) becslése erősen függ a mintavételi ablak méretétől és a pontfelhő osztályozottságától. A 2. táblázatban megadott értékek tipikus városi vagy dombvidéki környezetre vonatkoznak. A Gini-együttható intenzitáseloszlás alapján különösen jól azonosíthatja az anomáliákat (pl. hibás ref-

1. táblázat A statisztikai jellemzésre használt matematikai eszközök és módszerek összessége

Hibaforrás	Matematikai eszköz, modell	Az összefüggés képlete	Jellemzés, alkalmazás
Térbeli hot spot	Getis-Ord G_i^*	$G_i^* = \frac{\sum_{j=1}^n w_{ij} x_j - \bar{x} \sum_{j=1}^n w_{ij}}{S \sqrt{\frac{n \sum_{j=1}^n w_{ij}^2 - (\sum_{j=1}^n w_{ij})^2}{n-1}}}$	Lokális klasztereződés pontsűrűségben
Globális térbeli autokorreláció	Moran-féle I	$I = \frac{N}{W} \cdot \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{ij} (x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$	Adateloszlás klaszterezettsége
Lokális autokorreláció	Moran-féle LISA I_i	$I_i = \frac{x_i - \bar{x}}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \sum_{j=1}^N w_{ij} (x_j - \bar{x})$	LISA-egységekhez kapcsolódik, helyi mintázatokat mutat
Attribútumeloszlás egyenletessége	Gini-együttható	$G = \frac{1}{2n^2 \bar{x}} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i - x_j $	a pontsűrűség eloszlásának egyenletessége
DEM vertikális hiba modellezése	LiDAR hiba komponensei	$\varepsilon_T = R_T + \varepsilon_T^{\text{szenzor}} + G_T$	Interpolációs, szenzor és osztályozási komponensek
Terepalapú geometriai torzulás	z/L és H/L modell (domborzati hatások)	numerikus modellezés (z/L) és (H/L) komponensekre	H/L: a terep relatív meredeksége, z/L: a LiDAR mérési magassága a domb geometriájához viszonyítva

lexiók, víztestek, árnyékos tetők), és használható minőségellenőrzési célokra. A DEM vertikális hibája a leginkább dokumentált, és közvetlenül hasonlítható in-situ GNSS mérésekhez. A 2. táblázat értékei az ASPRS LiDAR pontossági szabványának megfelelően vannak megadva. A H/L arány a terep relatív meredekségét jellemzi, a z/L arány pedig a LiDAR mérési magasságának és a domborzat geometriájának relatív viszonyát. Mindkettő mennyiség a sugár beesési szögén és torzulásán keresztül hat a pontosságra. A H/L arány mutatja, hogy meredek lejtőkön jelentős torzítás jelentkezhet. A z/L arány esetén elmondható, hogy nagy értékeknél a lézersugár beesési szöge kevésbé változik, kisebb torzulást okoz.

A pontfelhők torzulásai az adatgyűjtés szinte minden szakaszában megjelenhetnek és közvetlenül befolyásolják a térbeli információk minőségét. A szenzorok technológiai korlátai, a platformok mozgásából eredő dinamikus változások, valamint a környezeti tényezők hatása egyaránt azt okozzák, hogy a rögzített pontfelhők nem tökéletes másolatai a valóságnak. Ezek a torzulások az egyes pontok helyzeti hibáiban,

az adatsűrűség inhomogenitásában, valamint az attribútumadatok megbízhatóságának csökkenésében egyaránt megnyilvánulhatnak. A pontfelhő torzulásai ezért nem tekinthetők elhanyagolható jelenségnek, mivel jelenlétük komoly hatással lehet bármilyen további térbeli feldolgozási vagy elemzési munkára. A torzulások szisztematikus feltárása és értelmezése kulcsfontosságú a pontfelhők feldolgozásának megbízható tervezéséhez. A torzulások figyelmen kívül hagyása nemcsak lokális hibákhoz vezethet, hanem a teljes térbeli modell hitelességét is megkérdőjelezheti. A kvantitatív értékelés módszerei lehetőséget adnak arra, hogy a torzulások mértékét objektíven, számszerű formában rögzítsük, ami nélkülözhetetlen a pontfelhők minőségi szempontú összehasonlításához, előválogatásához és előkészítéséhez. A hibák kvantitatív jellemzése hozzájárul a feldolgozási stratégiák tudatos megválasztásához, valamint a feldolgozási hibák és félreértelmezések minimalizálásához. A térbeli adatfeldolgozás teljes folyamatát végigkíséri a kiinduló adatok minősége, amely alapvetően meghatározza a végső eredmények pontosságát.

2. táblázat Gyakorlati példa a statisztikai jellemzésre használt matematikai eszközök és módszerek használatára

Hibaforrás (matematikai eszköz)	Mérték-egység (intervallum)	Becsült érték	Megjegyzés
Térbeli hot spot (Getis-Ord G_i^*)	z-érték	2.0–5.5	Nagy sűrűségű klasztereknél jelenhet meg, különösen sűrű vegetáció vagy épülettömbök esetén
Globális térbeli autokorreláció (Moran-féle I)	dimenzió nélküli (-1; +1)	0.3–0.6	Rendszerint pozitív érték, pontsűrűség vagy visszavert intenzitás alapján számolva
Lokális autokorreláció (Moran-féle LISA I_i)	dimenzió nélküli (-1; +1)	-0.5 – +1.5	Erős lokális eltéréseknél jelentősen pozitív vagy negatív érték
Attribútumeloszlás egyenletessége (Gini-együttható)	dimenzió nélküli (0–1)	0.35 – 0.65	A visszavert intenzitások eloszlására számolva; vegetáció, tetők, vízfelszín különösen érzékeny
DEM vertikális hiba (ε_T)	méter	±0.05 – ±0.15 m	Sík területen kisebb (~5 cm), dombvidéken nagyobb (~10–15 cm)
Terepgeometria torzulás (H/L arány)	dimenzió nélküli	~0.03–0.30	A terep relatív meredekségét jelöli; meredek lejtőkön jelentős torzítás jelentkezhet.
Terepgeometria torzulás (z/L arány)	dimenzió nélküli	~2.7–10.0	A LiDAR mérési magasságát viszonyítja a domborzat horizontális kiterjedéséhez; nagy értékeknél a lézersugár beesési szöge kevésbé változik, kisebb torzulást okoz

A torzulások megfelelő elemzése és kezelése lehetővé teszi a pontosabb térbeli modellek, megbízhatóbb felületrekonstrukciók és hitelesebb térinformatikai elemzések létrehozását. A pontfelhők torzulásainak ismerete nemcsak a mérési pontosság javítását szolgálja, hanem elősegíti a későbbi felhasználás biztonságát és az eredmények megbízhatóságát is. Ezért a torzulások kvantitatív értékelése nem egy opcionális kiegészítő feladat, hanem minden pontfelhő alapú munka szerves és elengedhetetlen része. A jövőbeli adatgyűjtések, feldolgozások és elemzések minőségének javítása érdekében alapvető követelmény, hogy a torzulások azonosítása és elemzése szerves része legyen a pontfelhőkkel végzett munkafolyamatoknak.

Ezen szemlélet érvényesítése nemcsak a hibák mennyiségének és mértékének csökkentését, hanem az adatok értékének növelését is lehetővé teszi, amely hosszú távon alapvetően meghatározza a 3D térbeli adatfeldolgozási rendszerek sikerességét.

Irodalomjegyzék

Darrah M. – Richardson M. – DeRoos B. – Wathen M. 2022.
Optimal LiDAR data resolution analysis for object

- classification. *Sensors*, 22(14), 5152. <https://doi.org/10.3390/s22145152>
- Dayal K. R. – Durrieu S. – Lahssini K. – Alleaume S. – Bouvier M. – Monnet J. M. – Renaud J. P. – Revers F. 2022. An investigation into lidar scan angle impacts on stand attribute predictions in different forest environments. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 193, 314–338. <https://doi.org/10.1016/j.isprsjprs.2022.08.013>
- Ding S. – Chen X. – Ai C. – Wang J. – Yang H. 2024. A noise-reduction algorithm for raw 3D point cloud data of asphalt pavement surface texture. *Scientific Reports*, 14(1), 16633. <https://doi.org/10.1038/s41598-024-65233-8>
- Doria D. – Radke R. J. 2012. Filling large holes in LiDAR data by inpainting depth gradients. In: 2012 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops (CVPRW), pp. 65–72. <https://doi.org/10.1109/CVPRW.2012.6238916>
- Dumic E. – da Silva Cruz L. A. 2025. Three-dimensional point cloud applications, datasets, and compression methodologies for remote sensing: A meta-survey. *Sensors*, 25(6), 1660. <https://doi.org/10.3390/s25061660>
- Elharrouss O. – Hassine K. – Zayyan A. – Chatri Z. – Al-Maadeed S. – Abualsaud K. 2023. 3D point cloud for objects and scenes classification, recognition, segmentation, and reconstruction: a review. *Cloud Computing and Data Science*, 4(2), 134–160. <https://doi.org/10.37256/ccds.4220232722>
- Elhashash M. – Albanwan H. – Qin R. 2022. A review of mobile mapping systems: from sensors to applications. *Sensors*, 22(11), 4262. <https://doi.org/10.3390/s22114262>
- Földváry L. 2021. Sampling Error of Continuous Periodic Data and its Application for Geodesy. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 44(14): 11738–11752, <https://doi.org/10.1002/mma.7599>
- Gao R. – Park J. – Hu X. – Yang S. – Cho K. 2021. Reflective noise filtering of large-scale point cloud using multi-position LiDAR sensing data. *Remote Sensing*, 13(16), 3058. <https://doi.org/10.3390/rs13163058>
- Guo Y. – Wang H. – Hu Q. – Liu H. – Liu L. – Bennamoun M. 2021. Deep learning for 3D point clouds: a survey. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 43(12), 4338–4364. <https://doi.org/10.1109/TPAMI.2020.3005434>
- Jacobs L. – Dvorak J. – Cornelius A. – Zamoski R. – No T. – Schmitz T. 2023. Structured light scanning artifact-based performance study. *Manufacturing Letters*, 35, 873–882. <https://doi.org/10.1016/j.mfglet.2023.07.014>
- Julin A. – Kurkela M. – Rantanen T. – Virtanen J.-P. – Maksimainen M. – Kukko A. – Kaartinen H. – Vaaja M. T. – Hyypä J. – Hyypä H. 2020. Evaluating the quality of TLS point cloud colorization. *Remote Sensing*, 12(17), 2748. <https://doi.org/10.3390/rs12172748>
- van Lier O. R. – Luther J. E. – White J. C. – Fournier R. A. – Côté J.-F. 2021. Effect of scan angle on ALS metrics and area-based predictions of forest attributes for balsam fir dominated stands. *Forestry: An International Journal of Forest Research*, 95(1), 49–72. <https://doi.org/10.1093/forestry/cpab029>
- Maskeliūnas, R. – Maqsood, S.– Vaškevičius, M. – Gelšvartas, J. 2025. Fusing LiDAR and Photogrammetry for Accurate 3D Data: A Hybrid Approach. *Remote Sensing*, 17(3), 443. <https://doi.org/10.3390/rs17030443>
- McDermott M. – Rife J. 2022. Mitigating shadows in LIDAR scan matching using spherical voxels. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 7(4), 12363–12370. <https://doi.org/10.1109/LRA.2022.3216987>
- Petras V. – Petrasova A. – McCarter J. B. – Mitasova H. – Meentemeyer R. K. 2023. Point density variations in airborne lidar point clouds. *Sensors*, 23(3), 1593. <https://doi.org/10.3390/s23031593>
- Pirotti F. – Piragnolo M. – Vettore A. – Guarnieri A. 2022. Comparing accuracy of ultra-dense laser scanner and photogrammetry point clouds. *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, XLIII-B1-2022, 353–359. <https://doi.org/10.5194/isprs-archives-XLIII-B1-2022-353-2022>
- Rusu R. B. – Marton Z. C. – Blodow N. – Dolha M. – Beetz M. 2008. Towards 3D point cloud based object maps for household environments. *Robotics and Autonomous Systems*, 56(11), 927–941. <https://doi.org/10.1016/j.robot.2008.08.005>
- Saritha G. – Saravanan T. – Anbumani K. – Surendiran J. 2021. Digital elevation model and terrain mapping using LiDAR. *Materials Today: Proceedings*, 46, 3979–3983. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2021.02.525>
- Shirowzhan S. – Lim S. 2014. Autocorrelation statistics-based algorithms for automatic ground and non-ground classification of LiDAR data. *Proceedings of the 31st International Symposium on Automation and Robotics in Construction and Mining (ISARC 2014)*, 897–902. <https://doi.org/10.22260/ISARC2014/0121>
- Valbuena R. – Eerikäinen K. – Packalen P. – Maltamo M. 2016. Gini coefficient predictions from airborne lidar remote sensing display the effect of management intensity on forest structure. *Ecological Indicators*, 60, 574–585. <https://doi.org/10.1016/j.ecolind.2015.08.001>
- Vierling K. T. – Vierling L. A. – Gould W. A. – Martinuzzi S. – Clawges R. M. 2008.

- Lidar: shedding new light on habitat characterization and modeling. *Frontiers in Ecology and the Environment*, 6(2), 90–98. <https://doi.org/10.1890/070001>
- Vo A. V. – Lokugam Hewage C. N. – Le Khac N. A. – Bertolotto M. – Laefer D. 2021. A parallel algorithm for local point density index computation of large point clouds. *ISPRS Annals of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, VIII-4/W2-2021, 75–82. <https://doi.org/10.5194/isprs-annals-VIII-4-W2-2021-75-2021>
- Wang L. – Chen Y. – Song W. – Xu H. 2024 Point cloud denoising and feature preservation: An adaptive kernel approach based on local density and global statistics. *Sensors*, 24(6), 1718. <https://doi.org/10.3390/s24061718>
- Wang R. – Peethambaran J. – Chen D. 2018 LiDAR point clouds to 3-D urban models: a review. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 11(2), 606–627. <https://doi.org/10.1109/JSTARS.2017.2781132>
- Woo S. – Lee D. – Hwang S. – Kim W. J. – Lee S. 2023 MKConv: Multidimensional feature representation for point cloud analysis. *Pattern Recognition*, 143, 109800. <https://doi.org/10.1016/j.patcog.2023.109800>
- Wu B. 2021 Photogrammetry for 3D mapping in urban areas. In: Shi W. – Goodchild M. F. – Batty M. – Kwan M.-P. – Zhang A. (szerk.): *Urban Informatics*. Springer, Singapore, 401–413. https://doi.org/10.1007/978-981-15-8983-6_23
- Yang W. – Gong Z. – Huang B. – Hong X. 2022 Lidar with velocity: Correcting moving objects point cloud distortion from oscillating scanning lidars by fusion with camera. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 7(3), 8241–8248. <https://doi.org/10.1109/LRA.2022.3187506>
- Zhu Q. – Fan L. – Weng N. (2024). Advancements in point cloud data augmentation for deep learning: a survey. *Pattern Recognition*, 153, 110532. <https://doi.org/10.1016/j.patcog.2024.110532>
- Klaas-Witt, T. and Emeis, S.: The five main influencing factors for lidar errors in complex terrain, *Wind Energ. Sci.*, 7, 413–431, <https://doi.org/10.5194/wes-7-413-2022>, 2022
- Liu, X., Hu, H., & Hu, P. (2015). Accuracy Assessment of LiDAR-Derived Digital Elevation Models Based on Approximation Theory. *Remote Sensing*, 7(6), 7062–7079. <https://doi.org/10.3390/rs70607062>

**A JÖVŐ HELYMEGHATÁROZÁSI
TECHNOLÓGIÁJA**

GPS • GLONASS • GALILEO • BEIDOU

Ügyfélszolgálat:
6500 Baja, Szegedi út 121. fsz. 2.
Telefon: +36 79 523 168
E-mail: info@corrigo.hu
www.corrigo.hu

((corrigo))