

# Fontosabb állomások a földalak meghatározás történetében

SZÜCS László

Óbudai Egyetem, Építéstudományi Kar, Építőmérnöki Intézet

szucs.laszlo@ybl.uni-obuda.hu

[DOI: 10.30921/GK.77.2025.1.4](https://doi.org/10.30921/GK.77.2025.1.4)

## Absztrakt

A történelem folyamán a tudomány különféle elképzeléseket alkotott a Föld alakjáról. Volt elképzelés a sík alakú Földről, amely a világegyetemben lebeg, vagy valamilyen misztikus állatok tartják (pl. indiai elképzelés szerint a Földet 4 elefánt tartotta, amelyek egy óriási teknős hátán állnak). Később megjelent a gömb, majd a forgási ellipszoid alakú földmodell. Végül fizikai alapokra került a Föld alakjának definiálása, így jött létre a geoid. Ennek a folyamatnak a legfontosabb állomásaival foglalkozik röviden a cikk.

## Abstract

Throughout history, science has created various ideas about the shape of the Earth. There was the idea of a flat Earth floating in the universe, or held by some mystical animals (e.g., according to the Indian idea, the Earth was held by 4 elephants standing on the back of a giant turtle). Later, the sphere appeared, and then the rotating ellipsoid-shaped Earth model. Finally the definition of the Earth's shape was based on physical foundations, and thus the geoid was created. This article deals with the most important stages of this process.

## 1. Bevezetés

Az emberek már az őskor óta próbálták lerajzolni azt a helyet, ahol laktak, és azokat az eseményeket, amelyek velük történtek. Ehhez természetesen a körülöttük lévő tér szemléletével kellett élniük, amely részeként földalak elképzeléssel is rendelkeztek, még akkor is, ha úgy gondolták, hogy az az őket körülvevő domborzat. A domborzat mellett természetesen az eget is a tér részének tekintették. Valószínűleg a kérdés a Föld alakjáról fel sem vetődött bennük, mivel ismereteik hiányában nem tekinthették a Földet égítetnek. Ezt az ábrázolást az ősemberek sziklarajzain ugyanúgy láthatjuk (lásd 1. ábra) (Stegena L. 1985), mint például a törökországi Catalhöyük „várostérképén” (lásd 2. ábra) (Cevat Ü. 1999).



1.ábra Sziklarajz Spanyolországban (kb. i.e. 9000)



2.ábra Catalhöyük, a település és a közeli vulkán „térképe”

## 2. A gömb alakúnak hitt Föld

Az elképzelés, miszerint a Föld alakja a gömb, a fennmaradt leírások alapján Püthagoraszról (i.e. 570 körül) származott, amikor megalkotta a Püthagorasz-i világképet, melyben az űrben lebegő Föld körül keringenek az égítetek. Azonban ez az elképzelés csak az égi objektumok viselkedésére terjedt ki, a távolságokkal vagy méretekkel, így a Föld sugarával nem foglalkozott.

Eratoszthenész Pentatlosz (i.e. 276 - i.e. 194) volt az első, aki a Föld méretére kíváncsi volt, munkásságával a tudományos földrajz megalapítójának tekinthetjük. Az eredetileg görög származású tudós III. Ptolemaiosz fáraó meghívására Egyiptomban végezte kutatásait, és az Alexandriai Könyvtár vezetője lett. Egyiptomban írta meg „Geographica” című könyvét, amely sajnálatos módon nem maradt fenn, azonban több más ókori szerző könyvében olvashatunk belőle idézeteket. Strabón (i.e. 64 - i.sz. 23) „Geógraphika” című könyvében Eratoszthenészre hivatkozva a következőket írja (Strabón 1977):

- „A súlyos testek mozgása a középpont felé tart, e körül gömb alakúra összesűrűsödve áll a Föld.”

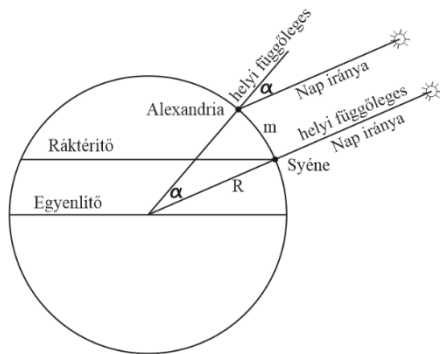
- „Alapföltevés az, hogy a Föld a tengerekkel együtt gömb alakú.”

Ezzel Eratoszthenész fizikai alagra helyezte a gömb alak elképzelést. Vizsgálatait folytatva, geometriai módszert talált a Föld sugarának meghatározására. Erről a mérésről igen sok, nem teljesen a valóságot tükröző publikációt lehet találni. Az eljárás alapja a következő: ha egy meridián irányú gömbi ívnek

ismerjük a hosszát és a középponti szögét, akkor meghatározható az ív sugara. Erre Eratoszthenész négy alapfeltevéssel élt (Strabón 1977):

- A Föld gömb alakú, melyen a domborzat elhanyagolható.
- Syéne (mai Asszuán) a Ráktérítőn van, így itt nyári napforduló idején függőlegesen süt le a Nap.
- Syéne és Alexandria ugyanazon meridiánon fekszik.
- „A Nap küldötte fénysugarak a világ különböző részein egymással párhuzamosak...”.

Ezen feltevések alapján megrajzolható a 3. ábra. A mérési eljárásról is sokat olvashatunk a szakirodalomban. A valóság megismeréséhez azonban célszerű visszanyúlni az ókori szerzők könyveihez. Az ív középponti szögének meghatározásához csak Alexandriában kellett mérést végezni, hiszen Syénében a Nap iránya a nyári napforduló idején függőleges (második feltevés következménye). A szögmérésre az akkori napórákhoz hasonló eszközt lehetett felhasználni, ami egy félgömb alakú edény, a belső oldalán fokenkénti vonalazással, középen függőleges mutatóval (lásd 4. ábra). Eratoszthenész ezzel a műszerrel meghatározta, hogy a mutató árnyéka a mérőeszköz belső gömbje kerületének 1:50-ed része, azaz  $7,2^\circ$ .

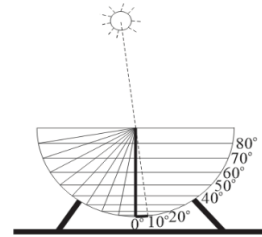


3. ábra A földszög meghatározásának elve Eratoszthenész feltevései alapján

A két város távolságát több tekekaraván utazásra fordított idejéből átlagolta ki. Az még mérhető volt, hogy egy karaván egy nap alatt mekkora utat tett meg, ezt szorozta a két város közötti utazásra fordított napok számával. Így távolságnak 5000 stadiont kapott. Akkoriban a stadion, mint hossz mértékegység meglehetősen elterjedt volt, azonban a hosszúsága nem mindenhol volt azonos. Hogy görög létére Egyiptomban valamelyik görög stadiont, vagy az egyiptomit használta-e, arról nem maradt fenn feljegyzés, de gyaníthatóan az egyiptomit alkalmazta, amely 157,2 méternek felel meg. Szintén nem maradt fenn feljegyzés arról sem, hogy figyelembe vette-e a Nílus kanyarulatait, de valószínűleg számolt vele (Szücs 2013). Amit biztosan elhibázott, hogy a két város valójában nem azonos meridiánon fekszik, valamint Syéne a Ráktérítőtől kissé északabbra helyezkedik el.

Ha az ív szöge a 360 foknak 50-ed része, akkor az ív hossza is a gömb kerületének 50-ed része kell legyen, vagyis a kerület 250 000 stadion. Azonban szerette volna, ha  $1^\circ$  középponti szöghöz egész stadion ívhossz tartozna, így felkerekítette

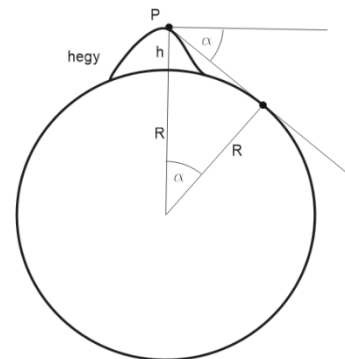
252 000 stadionra, amiből a gömb sugara 40 107 stadion, mai mértékegységben 6 305 km-nek adódott. Érdekes, ha ezt az értéket összehasonlítjuk a WGS84 ellipszoidhoz Egyiptomnál illesztett simulógömb sugarával (6 366 km), mindössze 1% eltérést kapunk (Szücs 2013)! Ezzel a módszerrel Eratoszthenész feltalálta a későbbiekben fokmérésnek nevezett módszert, amely a Föld sugarának meghatározására szolgált és több, mint 1800 évig alkalmazták.



4. ábra Eratoszthenész korában használt mérőeszköz

Egy érdekes kitérő a földszög meghatározásában a X. században élt Al-Biruni munkássága (Abu Rayhan Muhammad ibn Ahmad Al-Biruni, 973-1048), aki a domborzat magasságát használta fel a sugár meghatározására (lásd 5. ábra). Ha ismerjük a hegytető magasságát a tengerszint felett, a helyi vízszintes és a tenger legmagasabbban látszó pontja közötti szög megméréssel meghatározható a Föld sugara az alábbi összefüggéssel:

$$R = \frac{h \cos \alpha}{1 - \cos \alpha} \quad (1)$$



5. ábra A földszög meghatározása Al-Biruni módszerével

### 3. A forgó Föld alakja a forgási ellipszoid

1669-ben Huygens és Newton elméleti megközelítéssel kimutatta, hogy a tengely körüli forgás következtében fellépő centrifugális erő hatására a gömb alaknál lapultabb, úgynevezett forgási ellipszoid alakot kell felvennie a Földnek. Ezt Richter csillagász 1672-es eredménye is igazolta azzal, hogy egy északon szabályosan beállított másodperc ingát délebbre vitt, annak járása a földrajzi szélesség függvényében folyamatosan változott (Révai Nagy Lexikona 1913). Ez annak a következménye, hogy északról dél felé haladva egyre távolabb kerülünk a Föld forgástengelyétől, így az ingára ható centrifugális erő is egyre nagyobb. Azonban amikor Richter

számításokkal figyelembe vette a centrifugális erő változását gömb alakot feltételezve, még mindig maradtak ellentmondások az ingák járásában. Ezt azzal tudta feloldani, ha a Föld elméleti alakját nem gömbnek, hanem forgási ellipszoidnak tekintette, ezzel a forgástengelytől vett távolságokon is tudott finomítani, az ellentmondásokat kiküszöbölve.

A forgási ellipszoid pontos méretének meghatározására Eratoszthenész fokmérését alkalmazva és továbbfejlesztve több mérési kampány is folyt különböző földrajzi szélességű területeken. A fokmérések közül mindennapi életünkre a mai napig hatással van az 1790-ben megkezdett Francia Fokmérés, mivel a „méter” bevezetéséhez kapcsolódik. A mérési munkákat sokkal korábban, 1669-ben Picard abbé kezdte meg, egy Amiens és Malvoisine közötti ív mérésével, amiből gömbsugarat kívánt meghatározni. 1790-ben a Francia Nemzetgyűlés elrendelte ennek az ívnek a meghosszabbítását dél felé Barcelonáig (majd Algériáig), északon pedig összekapcsolták az Angol Fokméréssel York-ig (lásd 6. ábra). Ezzel alakult ki a Francia Fokmérés, amely alapján Méchain és Dalambre definiálták a „méter” fogalmát a Föld egy meridiánköre 1/40 000 000 részeként (Révai Nagy Lexikona 1913), így máig fontos lépés a mérésügy történetében. A Francia Fokmérésben meghatározott forgási ellipszoid fél nagytengelye  $a = 6\,375\,738,700$  m, fél kistengelye  $b = 6\,356\,666,222$  m (Tóth 1870).



6. ábra A Francia Fokmérés íve

1862-ben három ország, Poroszország, Szászország és a Habsburg birodalom létrehozta a Közép-Európai Fokmérés szervezetét, hogy meghatározzák a Föld alakját (Magyar Nemzeti Levéltár 1887). Később más országok is csatlakoztak, 1867-re már Európai Fokmérés, végül 1886-tól Nemzetközi Földmérési Szövetség (IE – Internationale Erdmessung) nevet viselte a szervezet (Tóth 1870). Az IE 1919-ben alapító tagja lett a Nemzetközi Geodéziai és Geofizikai Uniónak (IUGG – International Union of Geodesy and Geophysics), melyben IAG

(International Association of Geodesy) néven folytatja a nemzetközi geodéziai kutatások koordinálását (Völgyesi et al. 2002). A szervezet előírásokat fogalmazott meg a mérések pontosságára, hogy homogén adatokból számíthassák a Föld méreteit. Méréseikből több földalakat és geodéziai koordináta-rendszert határoztak meg.

## 4. A Föld alakja a fizikai hatások figyelembevételével

Az 1880-es évekre bebizonyosodott, hogy attól függően, hogy mely területekről származó méréseket használunk az ellipszoid méretének meghatározására, más-más ellipszoidi paramétereket kapunk. Együttes feldolgozásuk pedig olyan mértékű ellentmondásokat mutatott, amely meghaladta a mérések pontosságát. Ennek elkerülése céljából fontossá vált egy olyan elméleti földalakat definiálni, ami a mérések helyétől függetlenül, egyértelmű eredményt ad.

Gauss munkásságának idején a mérés technika már rég elérte azt a pontossági szintet, amivel ki tudta mutatni, hogy a háromszögelési pontok ellipszoidi normálisainak iránya eltér a helyi földfelszíni függőleges irányoktól, amely a helyi nehézségi erő irányával egyezik meg. Ismerve azt a tényt, hogy a szabad folyadékfelszín merőleges a rá ható nehézségi erőre, elméletben megállapította, hogy a nyugalomban lévő tengerek felszíne által meghatározott alak megegyezik a nehézségi erőter szintfelületének alakjával. 1878-ban Listing a nyugalomban lévő tengerek szintjének megfelelő szintfelületet javasolta a Föld elméleti alakjának, amelyet geoidnak nevezett. Azaz a geoid nem más, mint a Föld nehézségi erőterének potenciálfelülete a nyugalomban lévő tengerek szintjén.

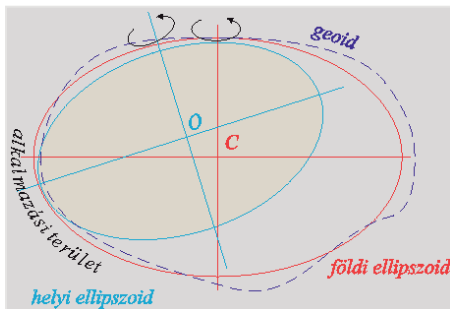
A geoid meghatározására mind geometriai, mind fizikai elveken alapuló meghatározási módszerek is léteznek (Homoródi 1966, Bíró et al. 2013). A legkorábbi geometriai alapú eljárás a csillagokra történő mérés volt (csillagászati szintezés). Ebben az esetben csillagászati geodéziai mérésekkel határozzuk meg a geoidi függővonal-elhajlás értékét a mérési pontokban, amelyekből a geoid alakját számítjuk. Eötvös Lóránd egy fizikai módszert dolgozott ki, melyhez megalkotta a későbbiekben Eötvös-ingának elnevezett berendezést. Mesterséges holdak (pl. GNSS) segítségével is meghatározhatjuk a geoid alakját.

A geoid azonban egy igen összetett felület, aminek tömegvonzási potenciál részét végtelen tagú gömbfüggvényekkel írhatjuk le. A meghatározási módszerek mérési eredményeiből ennek a sornak a paramétereit vezetjük le. Mivel nem ismerjük az összes paramétert, a gyakorlatban nem lehet a teljes gömbfüggvényesort figyelembe venni, ezért bizonyos esetekben felveszünk egy olyan, szabályos alakú testet, amelynek tömege azonos a Földével, alakja közelíti a Földét, valamint ugyanolyan szögsebességgel végez forgást a tengelye körül (Völgyesi 2002). Természetesen a test nehézségi erőtere hasonló lesz a Földéhez, de kismértékben eltér tőle. Ezt hívják sferoidnak. Mivel a sferoid nehézségi erőtere kissé eltérő a geoidétól, ezért normál nehézségi erőternek nevezzük. A test alakja pedig a Föld

normálalakja. Fontos szerepe van a nehézségi erőter vizsgálatában, valamint a magasságok definiálásában (normálmagasság, amit Magyarországon is alkalmazunk).

## 5. A Föld elméleti alakjának és méretének fontossága a vízszintes és magassági helymeghatározásban

A forgási ellipszoid méretét és a fizikai földalakhoz képesti elhelyezését leíró adatokat geodéziai dátumnak nevezzük. A forgási ellipszoidot elhelyezhetjük úgy, hogy annak középpontja egybeesik a Föld tömegközéppontjával, kistengelyének iránya pedig a forgástengellyel. Az ilyen geodéziai dátumot geocentrikus dátumnak nevezzük. Erre jó példa a NAVSTAR GPS-rendszerhez alkalmazott WGS-84 ellipszoid tömegközépponti elhelyezése (lásd 7. ábra). A másik lehetőség, hogy az ellipszoidot egy adott területhez igazítva helyezzük el, az ilyen esetet helyi elhelyezésnek nevezzük. Erre példa lehet az EOVS alapfelülete, az IUGG-67 ellipszoid magyarországi elhelyezése. Helyi elhelyezés esetében vagy önkényesen meghatározzuk a csillagászati kezdőpontban a pont ellipszoidi normálisának és a geoidi normálisának szögét, vagyis a függővonal-elhajlás értékét (amit Gauss is észrevett), vagy a vízszintes alaphálózatot úgy egyenlítjük ki az ellipszoidon, hogy az összes földrajzi helymeghatározással rendelkező pontot figyelembe véve a függővonal-elhajlás értékek négyzetösszegét minimalizáljuk.

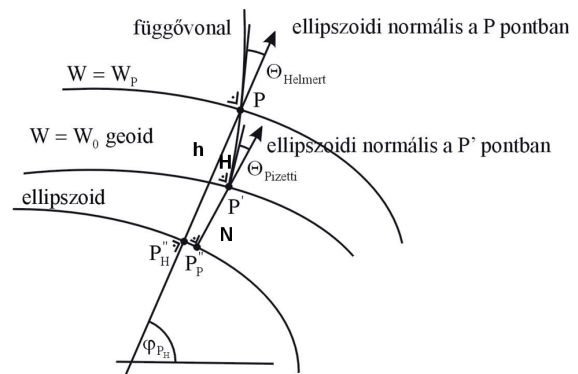


7. ábra. Az ellipszoid geocentrikus és helyi elhelyezése (Varga J.), ahol „C” a föld tömegközéppontja

A vízszintes méréseinket a vízszintes geodéziai alaphálózat pontjaihoz kapcsoljuk be. Ezáltal a vízszintes méréseink kapcsolódnak az alkalmazott földalakokhoz. Abban az esetben, ha a méréseink mégis más geodéziai dátumra vonatkoznak, mint amit az adott országban használunk, a két geodéziai dátum közötti transzformációra van szükségünk. Ez a helyzet áll fenn akkor, ha GNSS rendszerrel EOVS koordinátákat szeretnénk meghatározni, mivel a GNSS mérésekhez Európában az ETRS89 geodéziai dátumot használjuk (amely nagyon közeli a WGS84-hez), míg a magyar geodéziában az EOVS alapja a HD72 geodéziai dátum (IUGG-67 ellipszoid és annak lokális elhelyezése).

A magasságmérések szempontjából szintén fontos a Föld alakjának ismerete. Hagyományos magassági alaphálózataink alapja valamely tenger adott idősből számított középtengerszintje. A középtengerszint magasságában található szintfelület határozza meg a magassági dátumot. A középtengerszint értéke függ a mérés helyétől, valamint időpontjától. Még ugyanazon mérési pontban, de különböző időpontokban mért középtengerszintek sem azonosak. Tengerrel nem rendelkező országokban előfordul, hogy a magassági dátum a magassági főpont alatt adott mélységben elhelyezkedő szintfelületre vonatkozik, középtengerszint nélkül, azt csak közelítve.

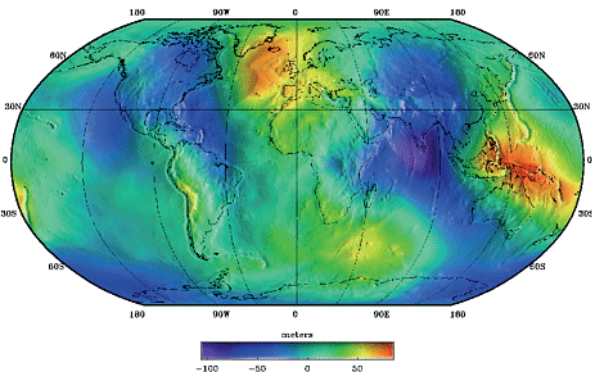
Két pont magasságkülönbségeként a pontokon átmenő szintfelületek függőleges távolságát értjük. Azonban a szintfelületek nem párhuzamosak, így távolságuk sem egyértelmű. Ezzel szemben egyértelmű a potenciálértékük eltérése. A szintezési pontok pedig magasságuk helyett a rajtuk áthaladó szintfelület potenciálértékével, vagyis a geopotenciális értékkel jellemezhetők egyértelműen. Ez azonban nem hossz jellegű mérőszám. Ha a valódi nehézségi erőter térerősség (vagy nehézségi gyorsulás) értékének figyelembevételével számítunk belőle magasságot, azt ortométeres magasságnak nevezzük. Amennyiben a normál nehézségi erőter adataival számolunk a geopotenciális értékből magasságot, ún. normálmagasságot fogunk kapni. A kettő kismértékben eltér egymástól. Magyarországon normálmagasságot használunk.



8. ábra Földfelszíni P pont vetítése az ellipszoidra

Egy földfelszíni pont magasságát mérhetjük a függővonalal vetített geoidi megfelelője felett ( $PP'$  távolság, amit  $H$ -val jelölhetünk), valamint egy geodéziai dátumnak megfelelő ellipszoid felett is, ellipszoidi normálissal vetítve ( $PP''_H$  távolság, amelyet  $h$ -val szokás jelölni) (lásd 8. ábra). A geoidi pont ( $P'$ ) ellipszoidi normálissal vetített megfelelője ( $P''_P$ ) eltér a földfelszíni pont ellipszoidi normálissal vetített megfelelőjétől ( $P''_H$ ) (az alsó indexben „P” Pizetti-re, „H” Helmholtzra utal, akik a földfelszíni pont ellipszoidi megfelelőjeként más megoldást ajánlottak). Azonban ez az eltérés kicsinynek tekinthető magassági hibát fog okozni. Az ellipszoid feletti és geoid feletti magasság ilyen közelítő eltérését geoidundulációnak nevezzük ( $P'P''_P$  távolság, amelyet  $N$ -nel szokás jelölni), vagyis a geoidunduláció megadja a geoid magasságát az ellipszoid felett:  $N \cong h - H$ . (Szücs 2007, Papp-Benedek 1988).

Amennyiben a geoidunduláció értékét megfelelő sűrűséggel meghatározzuk, ún. geoidmodellhez jutunk. A modellnél mindig ismernünk kell, hogy az melyik geodéziai dátumra vonatkozik, valamint melyik geoid adatbázist használjuk fel. Ilyen például az EGM96 globális geoidmodell, amely a WGS84 geodéziai dátumhoz kapcsolódik (lásd 9. ábra).



9. ábra EGM globális geoidmodell. (NASA)

A globális geoidmodellek felbontásuknál fogva nem szolgáltatnak Magyarország területére részletes információkat. Ezért a nemzetközi gyakorlatnak megfelelően Magyarország is folyamatosan dolgozik a minél részletesebb lokális geoidmodelljének előállításán (Papp 1998, Ádám et al. 2000, Völgyesi et al. 2005, Tóth et al. 2015). Geodéziai szempontból a lokális geoidmodellnek a GNSS helymeghatározás területén, a magasságok meghatározásánál van a legnagyobb szerepe. Ugyanis a GNSS rendszer megadja a felszíni pontok WGS84 ellipszoid feletti magasságát. A „tengerszint feletti” magasságok meghatározásához (vagy inkább jó közelítéséhez) egy olyan lokális geoidmodellre van szükségünk, amely megadja a WGS84 ellipszoid felett a Balti magassági dátumnak megfelelő elhelyezési geoid ellipszoid feletti magasságait. Ha a modellből levehető geoidunduláció értékeket levonjuk a földi pontok ellipszoid feletti magasságából, akkor a Balti alapszintre vonatkozó, a magyar gyakorlatban alkalmazott normálmagasságot jól közelítő magasságot tudunk számítani:  $H = h - N$ . Ez a számítás a dátumtranszformációval együtt megtalálható például a GNSS vevőkre telepített transzformációs szoftverben, de utólagos számításokhoz megtaláljuk a gnssnet.hu oldalon is.

## 6. Összefoglalás

A tudomány fejlődése egyre precízebb eljárásokat biztosít a Föld alakjának és méretének meghatározására. A mérés technika fejlődése azonban magával hozta a földalakokról tett elképzelések változását is, míg eljutottunk a síktól egészen a geoidig. Ennek az útnak a mérföldkövei mai napig hatással vannak életünkre, például a méter-rendszer bevezetésével. Azonban a mérések (geoid-meghatározás) aktuális kutatási lehetőséget és feladatot adnak. Érdekes, hogy az összes korábbi földalაკot a mai napig használjuk. A geodéziából tanultaknak megfelelően, ha a munkaterület elfér egy 4 km sugarú körön belül, a Földet tekinthetjük síknak, 13 km sugarú körön belül

elférő munkaterület esetében a Föld helyettesíthető gömbbel, nagyobb területek esetén ellipszoiddal. Magasságméréseknél nem tekinthetünk el a geoidtól. Azonban a történelem folyamán definiált földalაკok mind csak közelítő felületei a Föld valódi (fizikai) alakjának. A fizikai földalაკ leírásához a magasságmérések egyértelműsítése és a számításba történő bevonása is szükséges.

## Irodalomjegyzék

- Ádám, J - Gázsó, M. - Kenyeres, A. - Virág, G. 2000. Az Állami Földmérésnél 1969 és 1999 között végzett geoidmeghatározási munkálatok. *Geodézia és Kartográfia*, 52(2), 7-14.
- Bíró, P. - Ádám, J. - Völgyesi, L. - Tóth, Gy. 2013. A felsőgeodézia elmélete és gyakorlata. *HM Zrínyi Térképészeti és Kommunikációs Szolgáltató Nonprofit Kft., Budapest*.
- Cevat, Ü. 1999. An 8.200 Years Old Map, The Town Plan of Catalhöyük. *Dönence, Istanbul*. ISBN 975-7054-05-0
- Homoródi, L. 1966. Felsőgeodézia. *Tankönyvkiadó, Budapest*.
- Magyar nemzeti levéltár. 1887. Az európai fokmérés céljából megindult tudományos vállalat költségei. *Minisztertanácsi jegyzőkönyv (1887.08.10/13)*.
- Papp, G. – Benedek, J. 1988. A függővonal modellezése a tömegvonzási erőterben. *Geomatikai Közlemények, I*, 55-70.
- Papp, G. 1998. Nagypontosságú gravitációs erőter modellezés és geoid számítások a Kárpát-Pannon régióban. *Magyar Geofizika*, 39, 28-31.
- Révai Nagy Lexikona, VII. kötet. 1913. Fokmérés. *Révai Testvérek Irodalmi Intézet Részvénytársaság, Budapest*, 636-638.
- Stegena, L. 1985. Térképtörténet. *Tankönyvkiadó, Budapest*.
- Strabón 1977. Geógraphika. *Gondolat kiadó, Budapest*.
- Szücs, L. 2007. Vetítések a Föld felszínéről az ellipszoidra. *Geomatikai Közlemények, X.*, 167-176
- Szücs, L. 2013. Eratoszthenész földugár-mérésének vizsgálata. *Geomatikai Közlemények (XVI)*, 119-126.
- Tóth, Á. R. 1870. Az európai nemzetközi fokmérés és a körébe tartozó geodéziai munkálatok. *Értekezések a Matematikai Osztály köréből (VI)*. Magyar Tudományos Akadémia.
- Tóth, Gy. - Földváry, L. 2015. Új magyarországi geoidmeghatározás az ötödik generációs GOCE nehézségi erőter modellek segítségével. *Geomatikai Közlemények, 18(2)*, 63-74.
- Völgyesi, L. 2002. Geofizika. *Műegyetemi Kiadó, Budapest*.
- Völgyesi, L - Kenyeres, A. - Papp, G. - Tóth, Gy. 2005. A geoidmeghatározás jelenlegi helyzete Magyarországon. *Geodézia és Kartográfia*, 57(1), 4-12.
- Völgyesi, L. - Ádám, J. - Csapó, G. - Nagy, D. - Szabó, Z. - Tóth, Gy. 2002. Az 1906-os budapesti IAG konferencia geodéziai és geofizikai jelentősége. Megemlékezés a 100 éves évforduló alkalmából. *Geodézia és Kartográfia*, 58(8), 6-12.