

ABRAZÍV VÍZVÁGÁS NUMERIKUS MODELLEZÉSE

Hervai Dávid Dominik^a, Safranyik Ferenc^{b*}

^a ELTE Informatikai, Kar, Savaria Műszaki Intézet, Gépészmérnöki BSc, 3. évf.

^b ELTE Informatikai, Kar, Savaria Műszaki Intézet, egyetemi docens

ABSZTRAKT

Vizsgálatunk során az ipar számos területén alkalmazott abrazív vízvágással foglalkoztunk. A vizsgálat az említett megmunkálási eljárás során fellépő hibajelenségek tanulmányozására irányult. A munkánk célja az volt, hogy a megmunkálás során fellépő elhajlás jelenségét numerikus módszer segítségével modellezzük, majd a modellt összehasonlítsuk egy valós vágaton végzett mérések eredményeivel. A megmunkálás során nagy sebességek és elmozdulások lépnek fel, ezért explicit dinamikai modellt készítettünk, amelyben az abrazív sugarat SPH-, míg a lemezt hagyományos Lagrange-testként írtunk le. A szimulációt értékelve a modellen megfigyelhető a valóságban is fellépő vágási rés ferdesége, miszerint a belépő oldalon nagyobb átmérőjű a vágási rés, mint a kilépő oldalon.

Kulcsszavak: vízvágás, abrazív, SPH, oldalferdeség

1. Bevezetés

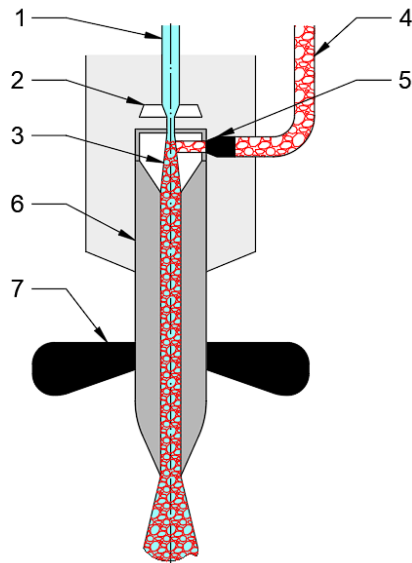
Az abrazív vízsugaras vágást elsőként az 1930-as években, a bányászatban alkalmazták, az általánosabb ipari szintű felhasználása az 1960-as években kezdődött [1]. Ez egy olyan korszerű technológia, ami a későbbiekben sokkal nagyobb jelentőséget kap az ipar számos területén, mert ahogy az ilyen típusú gépek fejlődnek, egyre szélesebb skálát fednek le a megmunkálható anyagok, valamint a megvalósítható termékek között. Mivel ez az eljárás korszerű, így rengeteg lehetőség rejlik benne, de ez magával hordozza azt is, hogy még viszonylag kevés az ehhez kapcsolódó szakirodalom, főleg az olyanok, amelyek az elméleti síkon megfogalmazott felvetések és a gyakorlati példák között teremtenek valamilyen kapcsolatot. Az eljárás elvét tekintve viszonylag egyszerű, azonban alkalmazása során figyelniük kell a technológiai paraméterek helyes megválasztására.

Az abrazív vízsugaras vágás anyagleválasztó eljárás, mert a vágási út mentén a sugár a munkadarabot „elkoptatja”. Megmunkáláskor egy igen kis átmérőjű és nagy nyomású víz vagy víz és kerámia szemcsék elegendőből álló sugár halad extrém nagy sebességgel (500-1 500 m/s) a megmunkálandó felület felé majd, amikor a felülettel találkozik, akkor azt elkoptatja. A vágott felület igen jó minőségű, bizonyos esetekben utómegmunkálás sem szükséges, illetve igen összetett geometriájú termékek is gyárthatók nagy sorozatban. A technológia felületi megmunkálásra is alkalmas, ilyenkor nem vágják át teljesen a nyers munkadarabot, hanem csak a felületét munkálják meg, pl. tisztítási célból. Tehát két esetet különböztetünk meg [1, 2]:

- vágási eljárások: a teljes anyagvastagságot munkáljuk meg;
- felület megmunkáló eljárások: csak egy adott vastagságot munkálunk meg.

A technológiának két alapvető változata van:

- tisztán vízsugaras megmunkálás WJ (WJ = water jet);
- abrazív vízsugaras megmunkálás, melyet tovább bonthatunk ASJ (szuszpenziós módszer, ahol a keverés a vágófejen kívül történik) vagy AWJ (a keveredés a vágófejben jön létre) eljárásokra.



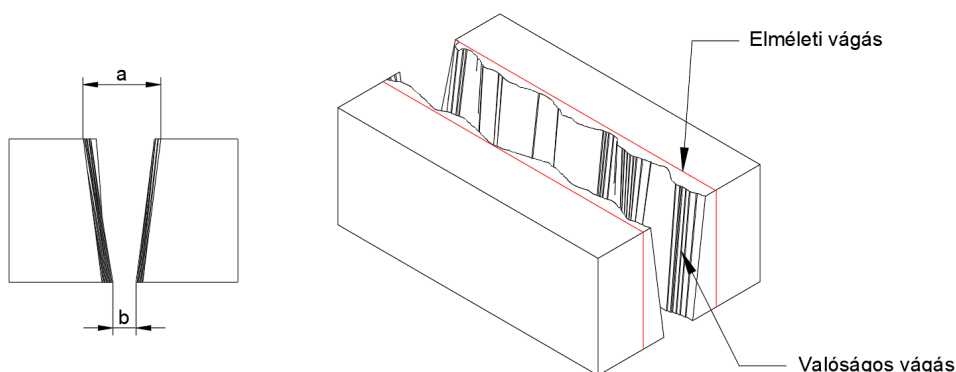
1. ábra: A vágófej metszete (AWJ kialakítás), részei: 1: nagynyomású víz, 2: fókuszáló, 3: keverőkamra, 4: abrazív szemcsék, 5: injektor, 6: fúvóka, 7: védősapka [1]

Az első esetben a sugár csak tisztán folyadékból áll (leggyakrabban vízből). A második esetben a vízsugárhoz adnak valamilyen abrazív (koptató) hatású szemcséket. A hozzáadott szilárd részecskék jelentősen növelik az eljárás termelékenységét. A megmunkálás során a megmunkáló gép típusától függően több fajta vágófej kialakítás létezik. A vágófej feladata a sugár megfelelő pozicionálása, fókuszálása (1. ábra) szükség esetén a keveredés biztosítása a víz és az abrazív szemcsék között [1].

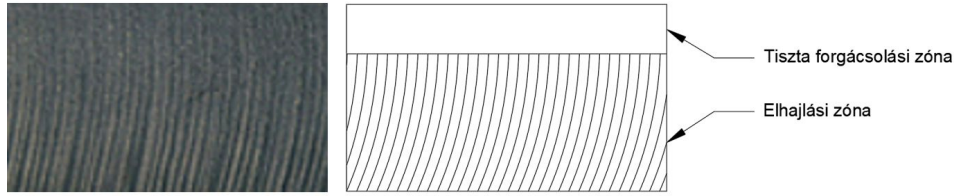
1.1. Technológiai problémák

A vágási rés alakja, hibái

Abrazív vízsugaras vágás során a sugár a nagy mozgási energiával érkezik a felületre, majd a vágás során, ahogy egyre beljebb hatol az anyagba, veszít az energiájából, ennek látható következménye is van. Az elméletileg tökéletes vágási képhez képest (ami tisztán egyenes oldalakat eredményez) jól látható, hogy a vágott felület közel sem egyenes, különböző egyenetlenségek vehetők észre, illetve az is látszik, hogy ahol a sugár belép az anyagba, szélesebb a vágás, mint ahol kilép. A felület esetleges egyenetlensége mellett, ez az egyik fő probléma, az úgy nevezett oldalferdeség (2. ábra). Az oldalferdeséget az egyszerűsítés miatt, ténylegesen úgy vesszük számításba, mintha a vágott oldalak bizonyos mértékben eltérnének a függőlegestől [2].



2. ábra: A vágási rés alakja [2]



3. ábra: Az elhajlás jelensége [3]

Az elhajlás jelensége

Mint minden forgácsoló megmunkálás esetén, itt is szükség van a munkadarab és a „szerszám” közötti elmozdulására (előtolásra). A megmunkálás akkor lehet a leggyorsabb, ha az előtolás értékét növeljük, hiszen egységnyi idő alatt nagyobb utat tesz meg a vágófej. Azonban a megmunkálás során, ahogy a sugár halad, két vágási zónát hoz létre a felületen. A felső részeken tiszta anyagleválasztás látható, azonban az alsóbb rétegekben, (az előző hibához hasonlóan) a sugár veszít az energiájából, ezért elhajlik, ami rosszabb vágási minőséget eredményez (3. ábra).

1.2. A folyamat modellezése

Az SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics, vagy magyarul: Simított Részecskés Hidrodinamika), egy Lagrange-féle, teljesen háló független módszer [3]. A módszer kifejlesztése Joseph J. Monaghan nevéhez fűződik, aki az asztrofizikában alkalmazta ezt a eljárást különböző csillagközi gázok viselkedésének modellezésére [4]. Mivel a módszer különálló elemek definiálásából adódóan igen jól alkalmazható különböző közegek áramlásának vizsgálatakor, ezért a vízvágás vizsgálatához is ideális, mert a folyadék és abrazív szemcse sugár tipikus áramlástani probléma. A módszer fontos tulajdonsága, hogy minden egyes elemet, adott tulajdonságokkal kell ellátnunk, pl. sűrűség, nyomás, tömeg, térbeli helyzet, sebesség stb. Ezeket a paramétereket minden időpillanatban ismerjük. Kezdetben mi határozzuk meg ezeket a paramétereket (pl. 0. időpillanatban), azonban az SPH módszer lényege, hogy folytonos függvények és deriváltjaik értéke diszkrét pontok felhasználásával közelíthető, ami annyit jelent, hogy egy adott elem aktuális tulajdonságait mindig a szomszédos részecskék pozíciójából és tulajdonságából számítjuk [5, 6]. Az SPH módszer egy olyan numerikus eljárás, melynek alapja az integrál-interpoláció. Mint minden interpoláció során, itt is egy függvénnyel keressük a megoldást, ebben az esetben ezt magfüggvénynek nevezik. A magfüggvény segítségével egy adott részecske közelében lévő szomszédos elemek fizikai tulajdonságait közelítjük. Ez az interpoláció az alábbi alakban írható fel tetszőleges A_I fizikai tulajdonságra vonatkozóan adott Ω tartományon [7]:

$$A_I(\mathbf{r}) = \int_{\Omega} A(\mathbf{r}')W(\mathbf{r} - \mathbf{r}', h)d\mathbf{r}', \quad (1)$$

- ahol:
- \mathbf{r} , egy, az Ω tartományon belüli pont helyvektora,
 - \mathbf{r}' , a magfüggvényen belül lévő részecske helyvektora,
 - $A_I(\mathbf{r})$, tetszőleges fizikai mennyiség a hely függvényében,
 - W , a simító magfüggvény,
 - $W(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$, az $\varepsilon \mapsto 0$ sugarú Dirac-delta függvény,
 - h , a magfüggvény sugara, más néven a simító hosszúság.

Az egyenlet numerikus alakban:

$$A_s(\mathbf{r}) = \sum_j A_j \frac{m_j}{\rho_j} W(\mathbf{r} - \mathbf{r}', h), \quad (2)$$

ahol:

- j , a simító hosszúságon belül lévő részecskék indexe,
- m_j , a j -edik részecske tömege,
- ρ_j , a j -edik részecske sűrűsége,
- A_h , a magfüggvény értéke a j -edik részecske helyén.

1.3. Az SPH módszer alkalmazhatósága vízvágás modellezéséhez

Ma és szerzőtársai [8] azt vizsgálták, hogyan lehet a különböző numerikus eljárásokat alkalmazni az abrázív vágás modellezésére. Alkalmaztak Euler-féle megközelítést, klasszikus végeselemes modellt és SPH-VEM hibrid modellt. Az egyes módszerek különféle problémák megoldásához ideálisak.

Euler-Lagrange modell esetén lényegében a vágott anyagot hagyományos testként értelmezzük, és behálózjuk, valamint létrehozunk egy úgynevezett ellenőrző térfogatot, amiben a folyékony közeg áramlik (esetünkben víz). Előnye a módszernek, hogy a nagy sebességeket ugyan tudja kezelni, de a nagy deformációkat ebben az esetben már csak nehezen. Amennyiben az áramló közeg kilépne az ellenőrző térfogathoz, annak határán úgy viselkedne, mintha határoló felületnek ütközne, ami torzítaná az eredményeket. Az ellenőrző térfogatot természetesen lehet bővíteni, azonban ez a számítási kapacitás megnövekedését eredményezné, ezért ezt nem célszerű alkalmazni.

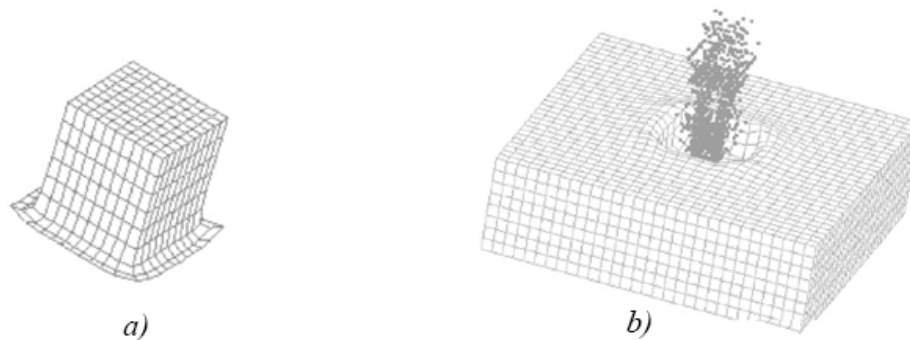
A második lehetőség a klasszikus VEM modell. Ennek előnye, hogy könnyű definiálni a geometriát és az anyagparamétereket, azonban a nagymértékű deformációt a háló torzulása miatt, már nem lehet kezelni (4/a ábra). A megmunkálás során a vízsugar jelentős deformációt szenved, így ennek a módszernek a használata sem célszerű.

A harmadik lehetőség az általunk is használt SPH-VEM hibrid modell, mely az előbbieken felsorolt módszerek előnyeit ötvözi, hiszen, ha a sugarat SPH modellnek vesszük, akkor az alkalmas a nagy deformációkra és sebességekre, míg a megmunkálandó lemez hagyományos VEM modellként felépítve is megfelelő (4/b ábra).

A szerzők munkája alapján tehát az abrázív vágáskor lejátszódó folyamatok modellezésére a hibrid SPH-VEM modell az egyik legjobb megoldás, mert nagy deformáció lép fel a sugárban, valamint a deformáció miatt a sugár elég nagy térfogatot betölt a vágás során (fröccsenő víz esete). A módszer másik előnye, hogy az anyagparaméterek és a geometria definiálása is viszonylag egyszerű.

1.4. Célkitűzések

A fentiek alapján célunk az, hogy az abrázív vízvágás során fellépő vágási rés hibát elfogadható hiba-határon belül modellezzük hibrid SPH-VEM módszerrel, annak érdekében, hogy később ezt tovább fejleszthessük, hogy a sugár haladását is vizsgáljuk, valamint a kapott eredményeket felhasználva, akár későbbi technológia optimalizálására használjuk az eredményeket.



4. ábra: a) A sugár nagy deformációja a VEM modellben, b) Sikeres szimuláció hibrid SPH-VEM modellen [8]

2. Lyukasztási folyamat SPH modellje

A modell elkészítésének fő alapelve az volt, hogy a lehető legegyszerűbb, azonban az elvárt pontosságnak megfelelő modellt válasszuk. A folyamatban két test szerepel, egyik a munkadarab (lemez), a másik a sugár.

2.1. A lemez anyagmodellje

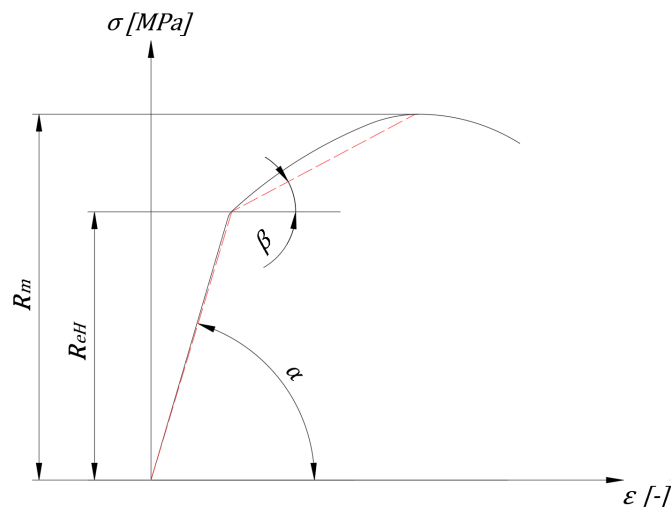
A munkadarab anyaga: AlMgSi0,5 ötvözet (EN AW 6060) [2]. Az anyagra jellemző többek közt: alumínium ötvözet, ezért könnyű, lágy, de a magnézium és szilícium segít a szilárdság növelésében, ezért jó mechanikai tulajdonságokkal rendelkezik, a környezet korrodáló hatásával szemben ellenálló [9]. Az anyagról több mechanikai tulajdonságot árul el a szakítódiagramja. Ezt a diagramot szakítóvizsgálattal veszik fel, amely során a fajlagos megnyúlást (ε) mérik a keletkező normál feszültség (σ) függvényében [10].

A bilineáris anyagmodell két lineáris szakaszból áll, amelyek segítségével figyelembe vehetjük az anyag képlékeny viselkedését. Az első szakaszon, a folyáshatár eléréséig lineárisan rugalmasan viselkedik, karakterisztikáját a függvény meredeksége, azaz a rugalmassági modulus írja le. A második szakaszon, az úgynevezett tangens modulus mutatja meg a várható maradó alakváltozás mértékét [11]. A két diagramot egymásra helyezve kapjuk meg az alábbi ábrát (5. ábra).

A bilineáris anyagmodell paraméterei:

- R_{eH} , a folyáshatár,
- $\text{tg}(\alpha) = E$, a rugalmassági modulus,
- $\text{tg}(\beta) = E_t$, az érintő modulus,
- ν , a Poisson-tényező.

Az anyagmodell mellett szükség van tönkremeneteli paraméterekre is, mert ezeknek az értékeivel tudjuk szabályozni azt, mikor következik be a tönkremenetel (mikor szakad meg az anyagfolytonosság). Alapvetően tudjuk, hogy egy anyag adott pontjában a tönkremenetel akkor következik be, ha az adott pontjában a redukált feszültség eléri a folyáshatárt [12]. A szimuláció során, ha az általunk megadott határértéket eléri bármelyik elem a keletkező legnagyobb főfeszültség, akkor azt töröljük. A másik ilyen jellemző a megengedett legnagyobb alakváltozás. Alapvetően, a maximális alakváltozás a teljes tönkremenetel előtt számítható, ezen érték ismeretében, meghatározhatunk egy olyan határ-alakváltozást, amelynél nagyobb alakváltozás esetén töröljük az adott elemet a hálóból. Az anyagjellemzőket a 1. táblázatban ismertetjük.



5. ábra: Alumínium szakítódiagramja (fekete) és a bilineáris anyagmodell (piros) [11]

1. táblázat: A lemez anyagmodelljének paraméterei [2, 13]

Paraméter	Értéke
Folyáshatár (R_{eH}), [MPa]	206
Rugalmassági modulus (E), [GPa]	69
Érintő modulus (E_t), [GPa]	0,32
Poisson-tényező (ν), [-]	0,3
Sűrűség (ρ), [kg/m ³]	2 800
Tönkremeneteli főfeszültség ($\sigma_{1,max}$), [MPa]	250
Geometriai deformációs tényező (k), [-]	0,2

2. táblázat: Az abrazív sugár sűrűségének számításához használt paraméterek [2]

Paraméter	Víz	Abrazív szemcse
Sűrűség (ρ), [kg/m ³]	997	3 950
Anyagáram (W), [kg/s]	0,033	0,00333

2.2. Az abrazív sugár modellje

A sugár felépítését tekintve SPH modell. A legfontosabb tulajdonsága a sugárnak, hogy két anyagból tevődik össze (abrazív anyag és víz). A szimuláció során az egyszerűsítés miatt ezt egy anyagként kezeljük. A számításhoz a legfontosabb sugár paraméterek: a sűrűség és az anyagáram (2. táblázat). A sugár előállításához szűrt vizet, és GARNET80 típusú gránátport használtak a szerzők [2]. A szükséges átlagsűrűséget a tömegáram-arányok alapján számítottuk ki. A teljes anyagáram:

$$W = W_v + W_{sz} = 0,033 + 0,00333 = 0,03633 \text{ kg/s.} \quad (3)$$

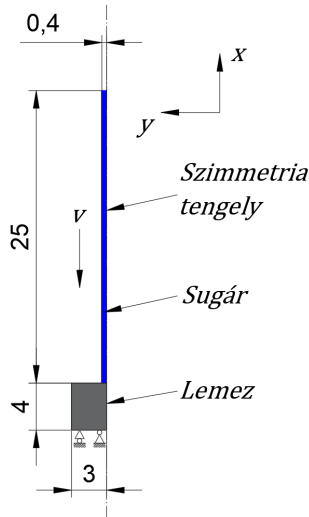
A tömegáram-arányok alapján a sugár átlagos sűrűsége számítható:

$$\rho = \frac{W_v}{W} \rho_v + \frac{W_{sz}}{W} \rho_{sz} = 1\,270 \text{ kg/m}^3. \quad (4)$$

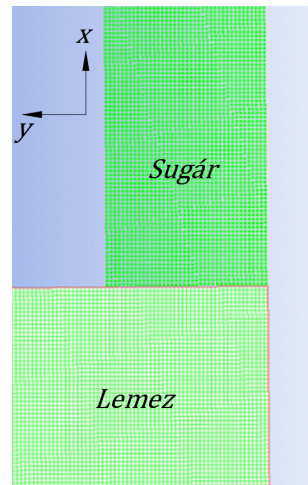
A sugár sűrűségét ennek megfelelően állítottuk be. Ez az egyik legfontosabb anyagjellemző, hiszen mozgási energiája révén alakítja a fémeket a sugár, ami elsősorban a sűrűségtől és a sebességtől függ. Ahogyan a lemez anyagmodelljénél is szükség volt tönkremeneteli értékekre, úgy most is szükségünk van rá, ez esetünkben a nagy sebességű folyamatok modellezésénél használatos Rankine-Hugoniot állapotegyenlet [14]. Az állapotegyenlet értékeit az Ansys-Autodyn anyagkönyvtárából a víz tulajdonságaihoz rendelt értékekkel vettük figyelembe, itt két fontos érték szerepelt, a C_1 paraméter, melynek értéke 1 647 m/s, illetve az S_1 paraméter, melynek értéke 1,921 volt.

2.3. A geometriai modell

Alapvetően két geometria szükséges, az egyik a lemez, amit vágni szeretnénk, ez a korábban bemutatott alumíniumból készült, vastagsága 4 mm volt. A sugár fontos tulajdonsága a sugárátmérő, amelyet alapvetően a fúvóka geometriája határoz meg. A geometriai ismertetéséből észrevehetjük, hogy szimmetrikus feladattal állunk szemben. Ezen okok miatt, a feladatot kétdimenziós, tengelyszimmetrikus problémaként modelleztük. Ezzel a módszerrel két téglalapra egyszerűsödik a geometria. A felsorolt egyszerűsítéseket alkalmazva, a lemezkorongot modellező felület 3x4 mm, míg a sugár 25 mm hosszú és 0,4 mm sugarú. A sugár távolsága a darabtól a kezdeti pillanatban 0,001 mm (6. ábra). A geometriai modellt Ansys Autodynben készítettem el (kék: sugár, szürke: lemez).



6. ábra: A geometriai modell



7. ábra: A részekre osztott geometria

2.4. Diszkretizálás

A végeelem szoftverek esetében kulcsfontosságú kérdés az úgynevezett hálózás. Ennek során határozzuk meg, hogy egy adott geometriát hogyan diszkretizálja a szoftver. Esetünkben két különböző numerikus modell is van, a lemez és a sugár. A vízszugár a jellegéből adódóan SPH modell, ezért a két modell esetén más-más paramétereket kell megadnunk. Az általunk használt paramétereket a 2. táblázat tartalmazza. A numerikus megoldás előállításához szükséges a geometriát részekre osztani (diszkretizálni), valamint az így elkészült hálót a kritikus zónákban finomítani. Esetünkben a geometria tengelyszimmetrikus egyszerűsége miatt elég volt a lemez esetén lineáris közelítésű négyzet alakú, megegyező elemeket, a sugár esetén pedig ugyanilyen méretű SPH részecskéket alkalmazni (7. ábra). A lemezt 47 241 db, lineáris közelítésű, négyzet alakú, 0,015 mm élhosszúságú elemekre, míg a sugarat 23 409 db, 0,015 mm átmérőjű SPH részecskére osztottuk fel.

Korábban ismertettük az SPH módszert, ennek a megoldásnak fontos paramétere, a h simítóhossz, amelyet előzetes számítások alapján 0,001 mm-re vettük fel. A simítóhossz mellett a szimuláció jellegéből adódóan szükséges az időlépték definiálása. Az explicit időintegrálásos megoldás során a szimulációs időléptéket a számítási algoritmus, a rendszer energiaszintje alapján határozta meg, amely nem lehetett nagyobb 10^{-3} ms-nál. Jellemző értéke a szimuláció során $4,510^{-7}$ ms volt.

2.5. Peremfeltételek

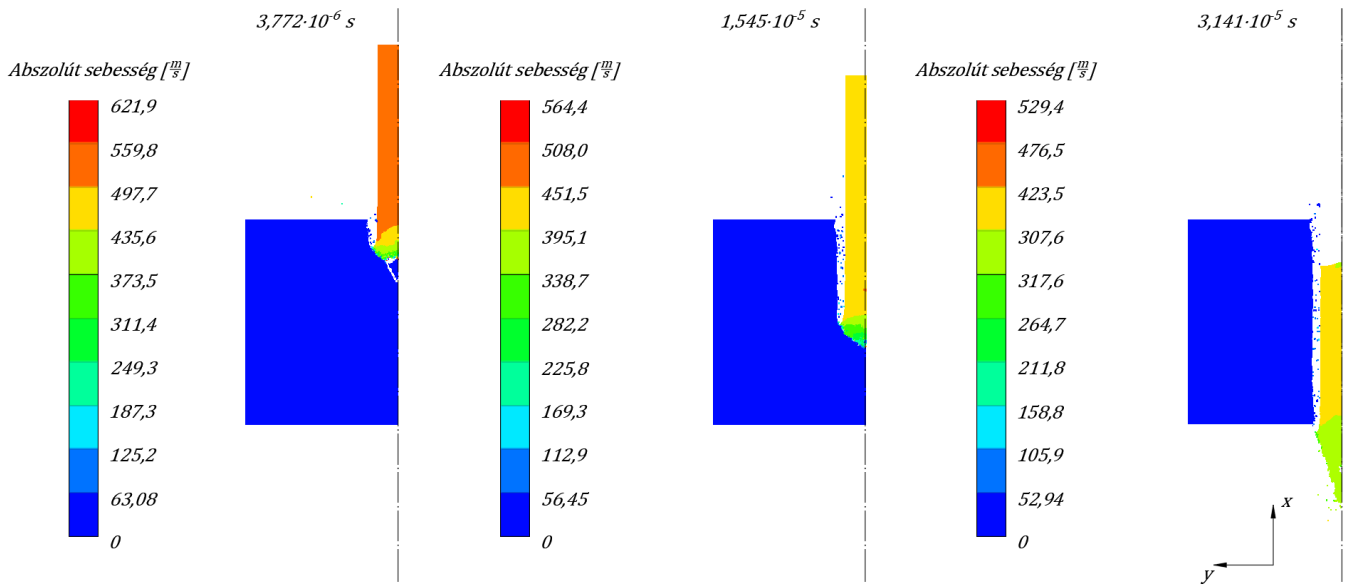
Esetünkben két alapvető kényszert határozhatunk meg. Az első, hogy a lemez fix pozícióban maradjon, hiszen a megmunkálás során nem mozog. Ehhez a sebességet minden irányban 0-ra állítjuk, így a szimuláció során a darab nem mozdul el. A sugár fő paramétere a nyomása, ezt azonban nem tudjuk közvetlenül beállítani, de a nyomásból számolhatunk sebességet. A sebességet az alábbi összefüggéssel lehet számolni [2]:

$$v = \mu \sqrt{\frac{2p}{\rho}}, \quad (5)$$

ahol:

- μ , a veszteségi tényező (értéke 0,83 és 0,93 közötti),
- p , az alkalmazott nyomás,
- ρ , a sugár sűrűsége.

Esetünkben a nyomás 300 MPa, a kilépő sugár sűrűsége $1\,270 \text{ kg/m}^3$, a veszteségi tényező pedig 0,88. Ezek alapján a sugár kezdeti sebessége 604,86 m/s.

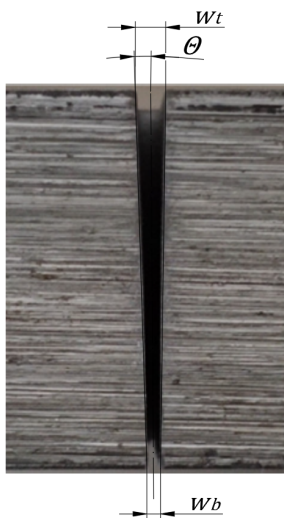


8. ábra: A sugár haladása az egyes időpillanatokban

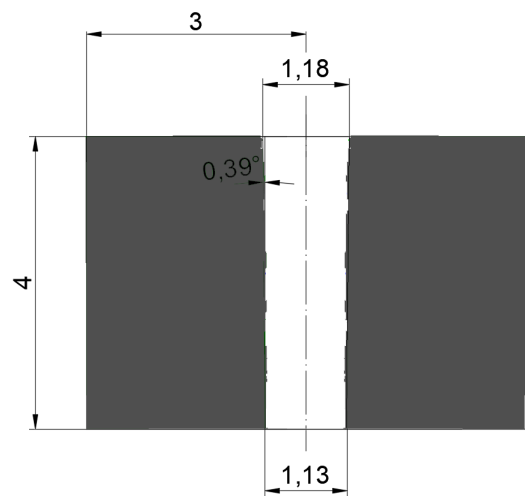
3. Eredmények

A szimulációt elvégezve értékelhető eredményt kaptunk, amin a geometriai méréseket el tudtuk végezni, így össze lehetett hasonlítani a valós lemezvágással [2]. A szimuláció során a sugár haladását figyelve látható, hogy ki- és belépéskor hogyan viselkedik az anyag. A szimuláció során lehetőségünk volt, hogy adott időközönként, a szoftver mentse el az adott állapotot, így nem csak a végeredményt láthatjuk, hanem köztes időpillanatokban is vizsgálható a vágórés (8. ábrán). Az ábrán továbbá nyomon követhető, ahogy a sugár folyamatosan energiát vesz, és ezáltal csökken a sebessége.

A szimuláció fő célja a vágási rés alakjának modellezése majd hitelesítése. A valóságban ugyanilyen feltételek mellett kapott vágási rés alakját a (9. ábra) szemlélteti [2]. Ezt hasonlítottuk össze a szimulációs eredményekkel (10. ábra). A numerikus számítással kapott vágórés szélessége a belépő oldalon 7,1%-kal, míg a kilépő oldalon 7,4%-kal tér el a valós méretektől. A vágórés számított ferdesége pedig 14,7%-kal nagyobb a mért értéknél.



9. ábra: A vágási rés a valóságban [2]



10. ábra: A szimuláció eredménye

4. Következtetések

A kapott eredményeket értékelve úgy gondoljuk, hogy sikeresen le tudtuk modellezni az abrázív lyukasztási folyamatot. A szakirodalomban [2] leírt kísérletek eredményeit elfogadható hibával tudtuk reprodukálni, mert a 3 eredmény közül két esetben 10%-nál kisebb hibával, míg az oldalferdeség esetén 15%-nál kisebb hibával sikerült közelíteni a valós méréseket, tehát a modellezésünk sikeresnek tekinthető. A számítás során láthatóvá vált, a haladás során, hogy amint egyre mélyebben hatol az anyagba a sugár, úgy csökken a keresztmetszete, ezzel okozva a ferdeséget (8. ábra). Mivel az abrázív sugárral történő lyukasztás folyamatát elfogadható pontossággal le tudja írni az általunk készített modell, így lehetőségünk van annak kiterjesztésére a vágási folyamatra. A kiterjesztés során az itt meghatározott eredményeinket felhasználva szeretnénk a sugár haladását vizsgálni az anyagban (pl.: egyenes vagy ívelt vonal mentén). Ezáltal egy komplexebb modell segítségével a valós vágási folyamat modellezése is kivitelezhető, amely alkalmas lehet a technológiai paraméterek optimalására is.

5. Köszönetnyilvánítás

Az Innovációs és Technológiai Minisztérium ÚNKP-20-4 kódszámú Új Nemzeti Kiválóság Programjának a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Alapból finanszírozott szakmai támogatásával készült.

6. Irodalomjegyzék

- [1] Bíró Sz., *Különleges technológiák*, egyetemi jegyzet, Bánki Donát Gépész és Biztonságtechnikai Mérnöki Kar, Budapest, 2020.
- [2] Maros Zs., *Az abrázív vízszugaras vágás minőségének és hatékonyságának vizsgálata*, doktori értekezés, Miskolci Egyetem Gépészmérnöki és Informatikai Kar, Miskolc, 2011.
- [3] M. Kelager, *Lagrangian Fluid Dynamics Using Smoothed Particle Hydrodynamics*, Department of Computer Science University of Copenhagen, Kopenhagen, 2006.
- [4] J.J. Monaghan, *Smoothed Particle Hydrodynamics*, Annual Review of Astronomy and Astrophysics 30, 1992, pp. 543-547, [CrossRef](#)
- [5] Tóth B., Szabó K.G., *Szerkezetek lökésszerű hidrodinamikai igénybevételének numerikus modellezése SPH-val*, tudományos diákköri dolgozat, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Budapest, 2012.
- [6] Tóth B., *Sekélyvízű tavak szélkeltette áramlásának modellezése hálómentes módszerrel*, Hidrológiai Közlöny, 2018, [url](#)
- [7] M. Vesterlund, K. Holmlund, *Simulation and Rendering of a Viscous Fluid using Smoothed Particle Hydrodynamics*, diplomamunka, Umea Universitet, Umea, 2004, [url](#)
- [8] L. Ma, R. Bao, Y. Guo, *Waterjet penetration simulation by hybrid code of SPH and FEA*, International Journal of Impact Engineering 35(9), 2008, pp. 1035-1042, [CrossRef](#)
- [9] Zsoldos I., *Korszerű szerkezeti anyagok: Alumínium és ötvözetek*, egyetemi jegyzet, Széchenyi István Egyetem, Győr, 2013.
- [10] Lovas J., Krállics Gy., *Mechanikai Anyagvizsgálat*, egyetemi jegyzet, Budapesti Műszaki Egyetem, Budapest, 2004.

-
- [11] J. Huopana, M. Taborelli, *Design of Precision Alignment of Compact Linear Colliders Accelerating Structures*, diplomamunka, University of Oulu, Oulu, 2009.
- [12] Égert J., Jezsó K., *Mechanika*, egyetemi jegyzet, Miskolci Egyetem, Miskolc, 2006.
- [13] A. Verelst, *ALLOY DATA SHEET EN-AW 6060[AlMgSi]*, Nedal Aluminium BV, Utrecht, 2017.
- [14] A.A. Lukyanov, *An Equation of State for Anisotropic Solids under Shock Loading*, The European Physical Journal B 64, 2008, pp. 159-164, [CrossRef](#)